Sztochasztikus Petri-hálók

Teljesítmény és megbízhatóság modellezés

Majzik István
BME Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék

Áttekintés

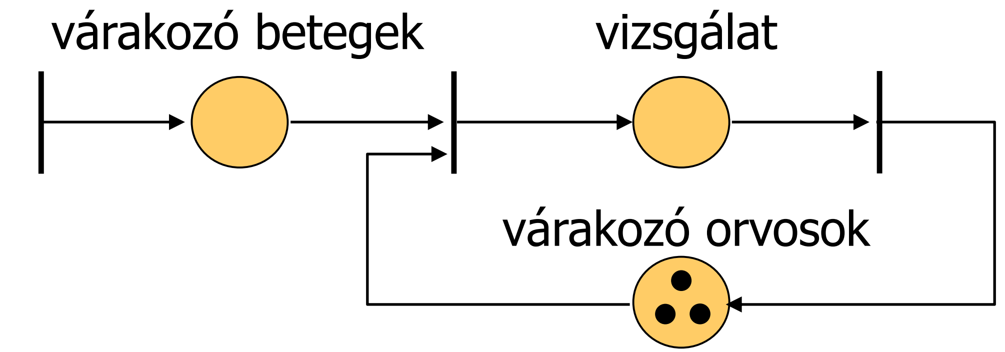
- Motiváció
- Sztochasztikus folyamatok és modellek
  - Folytonos idejű Markov-láncok
- Sztochasztikus Petri-hálók
  - SPN
  - GSPN
  - DSPN
  - TPN
  - Időzítési szemantikák

Motiváció

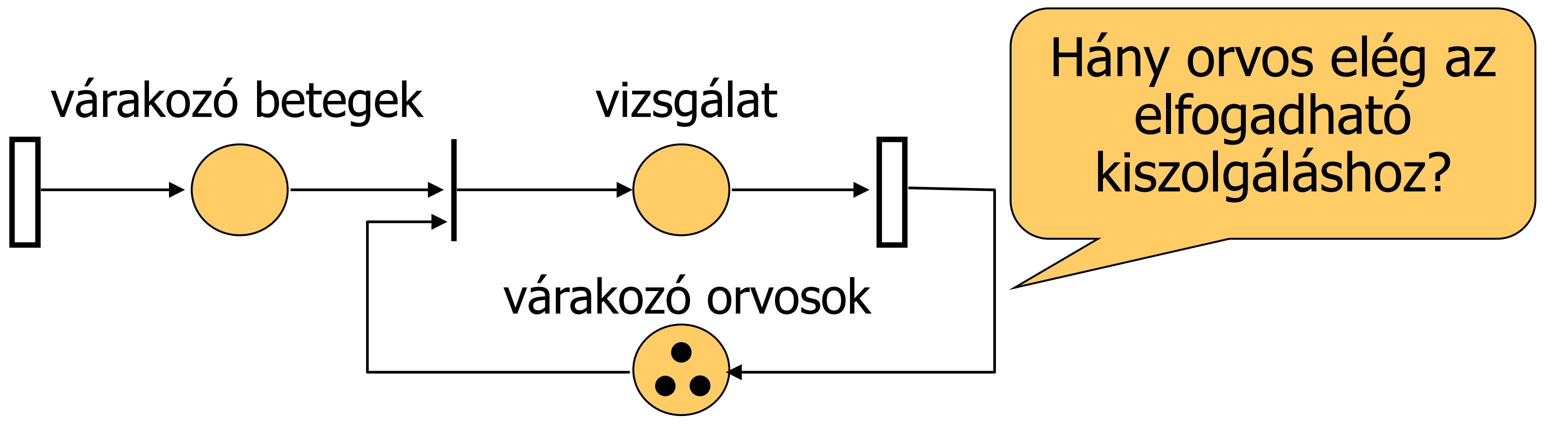
- Eddig: Funkcionális, logikai viselkedés modellezés
  - Biztonsági, élőségi jellegű követelmények
  - Állapotok vagy átmenetek bekövetkezése, elérhetősége
- Bővítés: Extra-funkcionális, kvantitatív modellezés
  - Teljesítmény követelmények
  - Megbízhatósági (szolgáltatásbiztonsági) követelmények
- Ezen követelmények jellemzői
  - Időbeliség (pl. feldolgozási idők, válaszidők, határidők)
  - Valószínűségek (pl. hiba, üzenetvesztés valószínűsége)
- Informatikai rendszerek modelljei
  - Diszkrét állapottér
  - Folytonos idő

Egy példa

- Egyszerű Petri-háló modell:



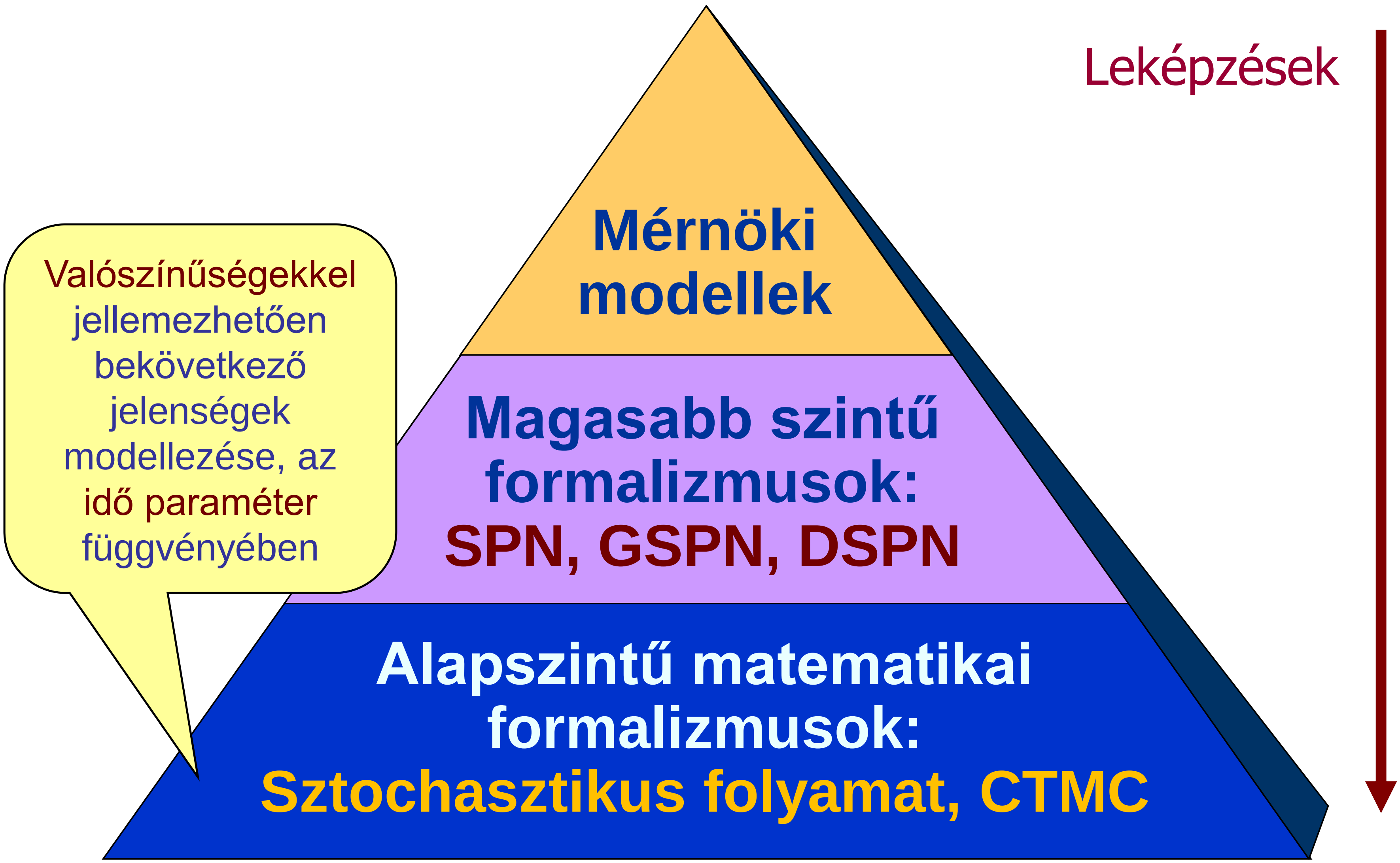
- Időzítéseket is tartalmazó modell:



Mire jó ez a típusú modellezés?

- Modellezés ismert előnye: Vizsgálatok a tervezési fázisban (még a költséges implementáció előtt)
  - Tervezői döntések igazolása
  - Alternatívák összevetése
  - Paraméterek „hangolása”
- A modellezés szokásos problémája: Valósághűség
  - Paraméterek: Idő és valószínűségi paraméterek is
    - Rendelkezésre állnak-e?
    - Ha becsült értékek, akkor hogyan validálhatók?
  - A modell komplexitásának kezelése
    - Az absztrakció meddig terjedhet?

Milyen modelleket alkalmazunk majd?

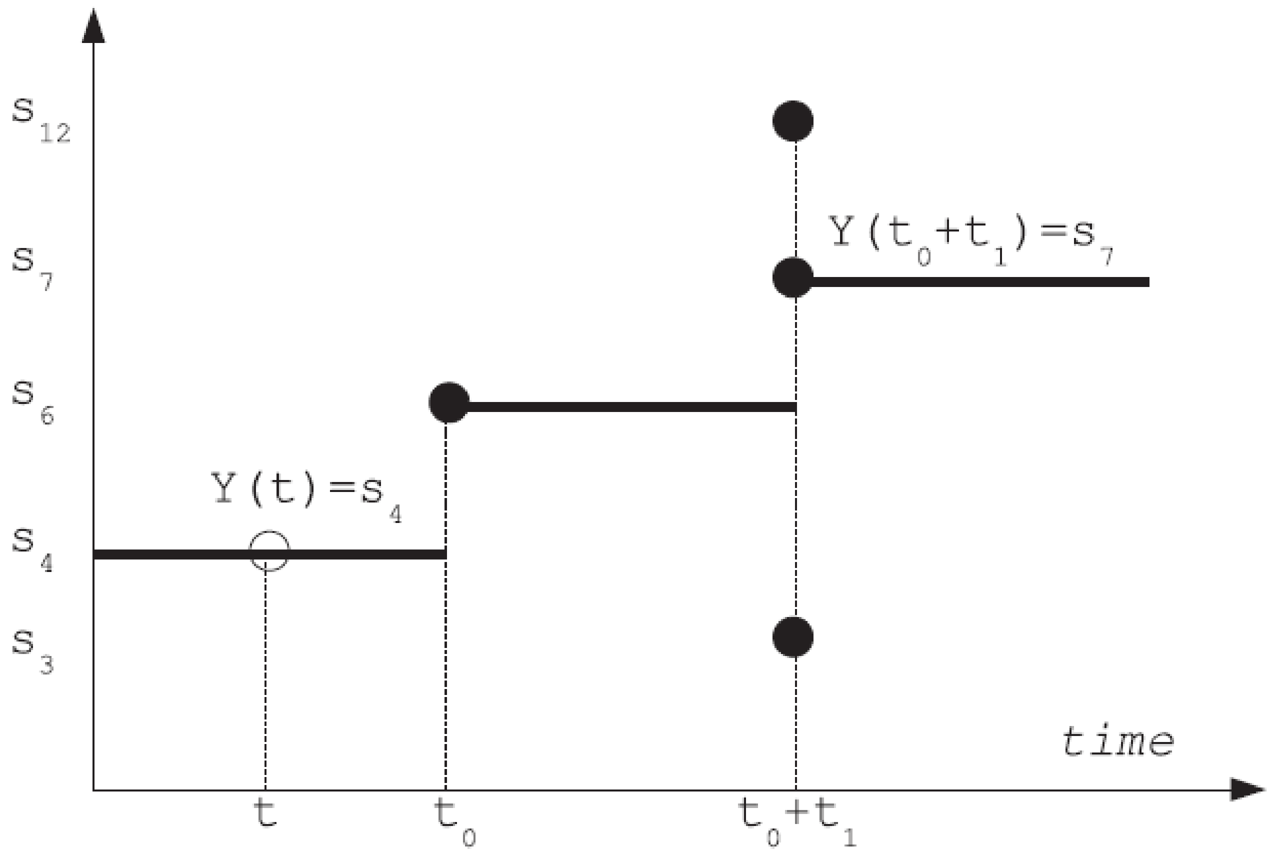


Alapszintű formalizmusok: Sztochasztikus folyamatok, folytonos idejű Markov-láncok (CTMC)

Sztochasztikus folyamatok alapjai

- Valószínűségi változó: Véletlen kimenetelű jelenséget ír le egy adott valószínűségi térben
  - X valsz. változó valsz. eloszlásfüggvénye: $F_X(x)=P\{X \leq x\}$
  - X valsz. változó valsz. sűrűségfüggvénye: $f_x(x)=dF_X(x)/d(x)$
- Sztochasztikus folyamat:
  - Informálisan: Valószínűségekkel jellemezhetően bekövetkező jelenségek modellezése, az idő paraméter függvényében
  - Példa: Állapotok valószínűségeinek változása az időben
    - Valószínűségi változók halmaza {X(t), Y(t), …}
    - t (idő) paraméterrel
    - Ugyanazon valószínűségi térben
- Viselkedés megjelenítése:
  - Trajektóriák halmaza a folyamat állapotaira (valószínűségi térben)
  - Az összes lehetséges trajektória jellemzi a sztochasztikus folyamatot

Egy trajektória megjelenítése



- Y(t) valsz. változó adja meg a folyamat állapotát
- Állapotok tartási idői: t_0, t_1, …

Markov folyamatok

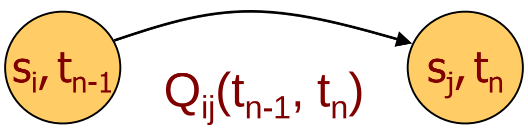
- Olyan sztochasztikus folyamat, amire jellemző a Markov tulajdonság:

  Minden $t > t_n > t_{n-1} > \ldots > t_0$ esetén, $X(t)$ állapotra:

  $P\{X(t)=x \mid X(t_n)=x_n, X(t_{n-1})=x_{n-1}, \ldots, X(t_0)=x_0\} = P\{X(t)=x \mid X(t_n)=x_n\}$
- Informálisan: „Emlékezetnélküli” tulajdonság
  - A jövőbeli állapot (t-ben) csak az aktuális állapottól (t_n-ben) függ, és nem függ a korábbi állapotoktól
- Diszkrét állapotterű Markov folyamatok: Markov-láncok
  - Diszkrét állapotokban való tartózkodás idejével (tartási idő) jellemezhetők a trajektóriák
  - A τ tartási idő negatív exponenciális eloszlású: $P\{\tau \le t\}=1-e^{-\lambda t}$
    - Az egyetlen eloszlásfüggvény, ami a Markov tulajdonságot teljesíti
    - Bármely időpillanatban a maradék tartási idő statisztikailag független attól, hogy eddig mennyi időt töltött a folyamat az adott állapotban

Folytonos idejű Markov-láncok (CTMC)

- CTMC: Continuous Time Markov Chain
  - Folytonos idő paraméter, diszkrét állapottér
- Jelölések, tulajdonságok:



  - Diszkrét állapotok: $s_0, s_1, \ldots, s_n$
  - Állapotátmenet valószínűsége: $Q_{ij}(t_{n-1},t_n) = P\{S(t_n)=s_j \mid S(t_{n-1})=s_i\}$
  - Homogén Markov-folyamat: $Q_{ij}(t,t+\Delta t) = Q_{ij}(\Delta t)$
    - Állapotátmenet valószínűsége nem változik az idő függvényében
  - Állapotátmeneti intenzitás (gyakoriság, ráta):

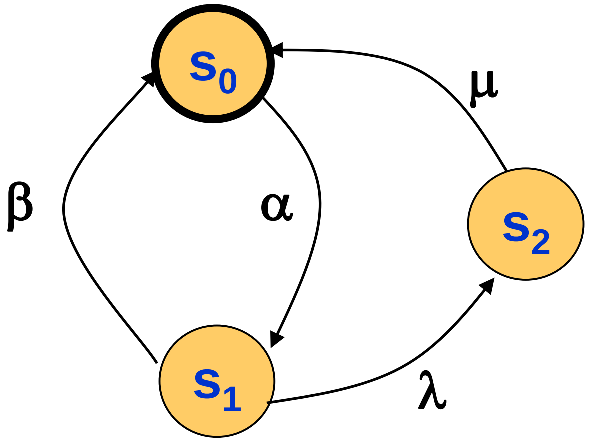
$$R_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} Q_{ij}(\Delta t)$$

  - Állapot elhagyás összesített intenzitása egy s állapotra:

$$E(s) = \sum_{s' \in S, s \neq s'} R_{s,s'}$$

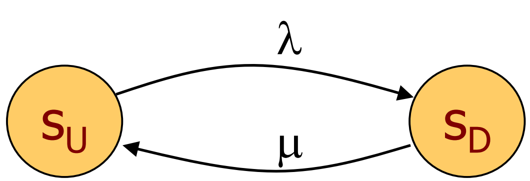
Egy egyszerű CTMC

- CTMC szokásos megjelenítése:
  - Állapotok (kezdő valószínűségekkel)
  - Minden állapotpárra az állapotátmeneti intenzitás (ahol nem nulla, csak ott van feltüntetve)



CTMC alkalmazások

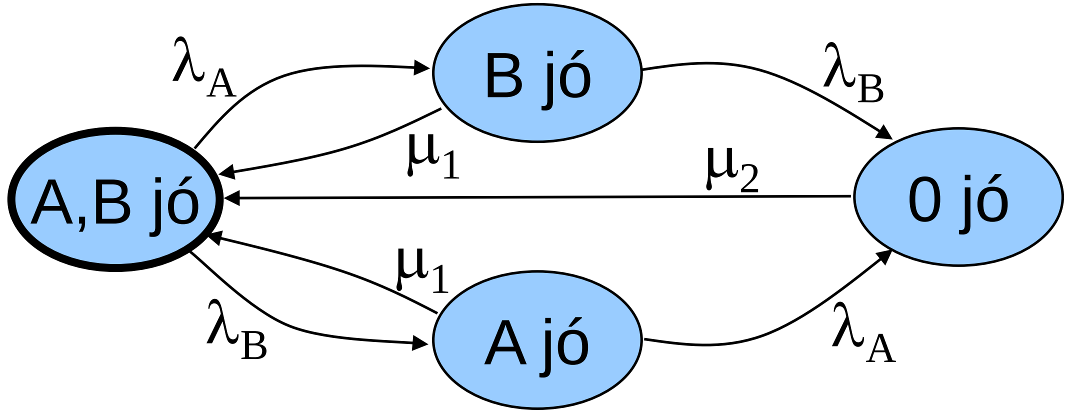
- Megbízhatósági modellezés:
  - Komponens állapotai: Hibamentes s_U vagy hibás s_D állapot
  - Gyakorlati tapasztalat elektronikai komponensekre:
    - A hibamentes állapot tartási ideje exponenciális eloszlással jellemezhető a tipikus használati tartományban
    - Az exp. eloszlásfüggvény paramétere: Meghibásodási gyakoriság, λ
    - A javítási időt is exp. eloszlással veszik figyelembe (egyszerűsítés), μ
  - Így a modell:



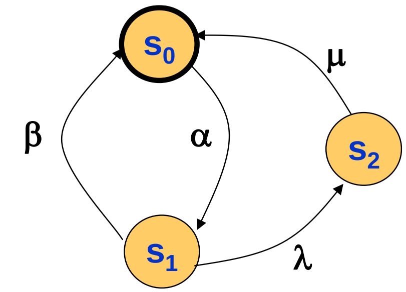
- Teljesítmény modellezés
  - Sorbanállás - kiszolgálás
    - M/M/1 sor: „Markovi" beérkezési és kiszolgálási idők
    - Állapottér mint CTMC vehető fel

Példa: Megbízhatósági modellezés

- Két szerverből (A, B) álló rendszer:
  - Bármelyik szerver meghibásodhat
  - A szerverek külön-külön vagy együtt is javíthatók
- Rendszerszintű állapotok: Mely szerverek jók
- Állapotátmenetek (exponenciális eloszlású időzítés):
  - Az A szerver meghibásodása: λ_A meghibásodási tényező
  - A B szerver meghibásodása: λ_B meghibásodási tényező
  - Egy szerver javítása: μ_1 javítási tényező
  - Teljes rendszer javítása: μ_2 javítási tényező



CTMC jelölések



- CTMC=(S, <u>**R**</u>)

  S állapotok halmaza

  <u>**R**</u>: $S \times S \to R_{\geq 0}$ állapotátmeneti intenzitás (ráta) mátrix

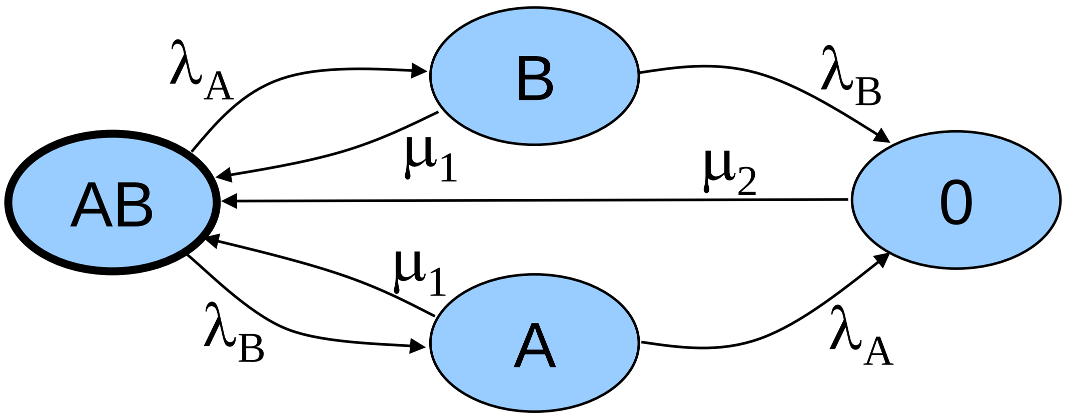
  A paraméterek jelentése (ld. később):

  - P{s-ből s'-be megy át t időn belül} = $1-e^{-R(s,s')t}$
  - P{s állapot elhagyása t időn belül} = $1-e^{-E(s)t}$

  Ebből: <u>**Q**</u> = <u>**R**</u>–diag(<u>E</u>) „infinitezimális generátormátrix"

- Jelölések a trajektóriára:
  - $\sigma = s_0, t_0, s_1, t_1, \ldots$ (t_i időpontban lép ki s_i-ből)
  - $\sigma@t$ az állapot a t időpillanatban
  - Path(s) az s-ből induló útvonalak halmaza
  - P{s, σ} egy útvonal bejárásának valószínűsége

Példa: CTMC jelölések



$$\mathbf{R} = \begin{array}{c} \\ AB \\ B \\ A \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} AB & B & A & 0 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & \lambda_A & \lambda_B & 0 \\ \mu_1 & 0 & 0 & \lambda_B \\ \mu_1 & 0 & 0 & \lambda_A \\ \mu_2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\mathbf{E} = \begin{array}{cccc} AB & B & A & 0 \\ (\lambda_A + \lambda_B & \mu_1 + \lambda_B & \mu_1 + \lambda_A & \mu_2) \end{array}$$

$$\mathbf{Q} = \begin{array}{c} \\ AB \\ B \\ A \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} AB & B & A & 0 \end{array} \\ \begin{pmatrix} -(\lambda_A + \lambda_B) & \lambda_A & \lambda_B & 0 \\ \mu_1 & -(\mu_1 + \lambda_B) & 0 & \lambda_B \\ \mu_1 & 0 & -(\mu_1 + \lambda_A) & \lambda_A \\ \mu_2 & 0 & 0 & -(\mu_2) \end{pmatrix} \end{array}$$

CTMC megoldása

- Tranziens állapotvalószínűségek:
  - $\pi(s, s', t) = P\{\sigma \in Path(s) \mid \sigma@t=s'\}$ annak valószínűsége, hogy s-ből indulva a t időpillanatban s'-ben tartózkodik
  - $\underline{\pi}(s, t)$ az állapotok valószínűségei s-ből indulva t időpillanatban
  - CTMC tranziens megoldása:

$$\frac{d\,\underline{\pi}(s,t)}{dt} = \underline{\pi}(s,t)\underline{\underline{Q}}$$

Állapot tartási ideje:

$$P\{\text{s-ben marad t ideig}\} = e^{-E(s)t}$$

- Állandósult állapotbeli állapotvalószínűségek:
  - $\pi(s, s') = \lim_{t\to\infty} \pi(s,s',t)$ az állapotok valószínűsége s-ből indulva
  - $\underline{\pi}(s)$ az állapotok valószínűsége (sorvektorként)
  - CTMC állandósult állapotbeli megoldása:

$$\underline{\pi}(s)\underline{\underline{Q}} = 0 \quad \text{ahol} \quad \sum_{s'} \pi(s,s') = 1$$

Miért beszéltünk minderről?

- A Markov-láncok jellegzetességei
  - Előny: Matematikailag jól kezelhetők, megoldási módszerek vannak
  - Hátrány: Nagy állapottereket nehézkes felvenni gyakorlati rendszerek modellezése során
    - Egyszerű állapotok és átmenetek szintjén kellene modellezni
    - Nem jól támogatja konkurens események, szinkronizáció modellezését
    - Nincs lehetőség hierarchikus modellezésre
- Mire használjuk a Markov-láncokat?
  - Alapszintű (háttér) formalizmus magasabb szintű modellekhez
    - Sztochasztikus Petri-hálókhoz
    - Sztochasztikus processz algebrákhoz
  - Sztochasztikus Petri-háló elérhetőségi gráfja CTMC lesz
    - Markov-lánc megoldása, ezen végzett ellenőrzés felhasználható
  - Analógia: Petri-háló elérhetőségi gráfja mint Kripke-struktúra
    - A modellellenőrzés a Kripke-struktúrán végezhető

Sztochasztikus Petri-hálók

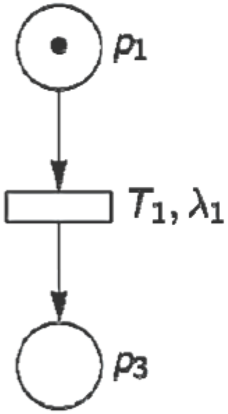
Definíció

- Alapkoncepció: Az idő modellezése
  - Az időt a tranzíciók tüzeléséhez kötjük: a tüzeléssel leírható tevékenység, történés, állapotváltozás idejét modellezzük
- Egy Petri-hálót sztochasztikusnak nevezünk, ha
  - Minden tranzíciójához tüzelési időt (késleltetést) rendelünk
  - A tüzelési késleltetés véletlen (valószínűségi változóval írható le, egy adott eloszlás szerint adja meg a késleltetési időt)
  - A tüzelési késleltetés statisztikailag független a többi tranzíció késleltetési idejétől
- Sztochasztikus Petri-háló osztályok áttekintése
  - Sztochasztikus Petri-háló (SPN)
  - Általánosított sztochasztikus Petri-háló (GSPN)
  - Determinisztikus és sztochasztikus Petri-háló (DSPN)

Sztochasztikus Petri-hálók (SPN)

- SPN: Stochastic Petri Net
- Az egyszerű Petri-hálók kiterjesztése
  - A tranzíciókhoz véletlen tüzelési késleltetést rendelünk
  - A késleltetés negatív exponenciális valószínűségi eloszlásfüggvénnyel jellemezhető
  - Jelölés: λ_i egy T_i tranzíció d_i késleltetési idejéhez tartozó negatív exponenciális eloszlás paramétere (poz. valós szám)
  - Ez alapján:

$$P\{d_i \le t\} = 1 - e^{-\lambda_i t} \qquad P\{d_i > t\} = e^{-\lambda_i t}$$



- Grafikus jelölés
  - Tranzíciók mint üres téglalapok
  - Neg. exp. eloszlás paramétere: tranzíció tüzelési gyakorisága, „rátája”

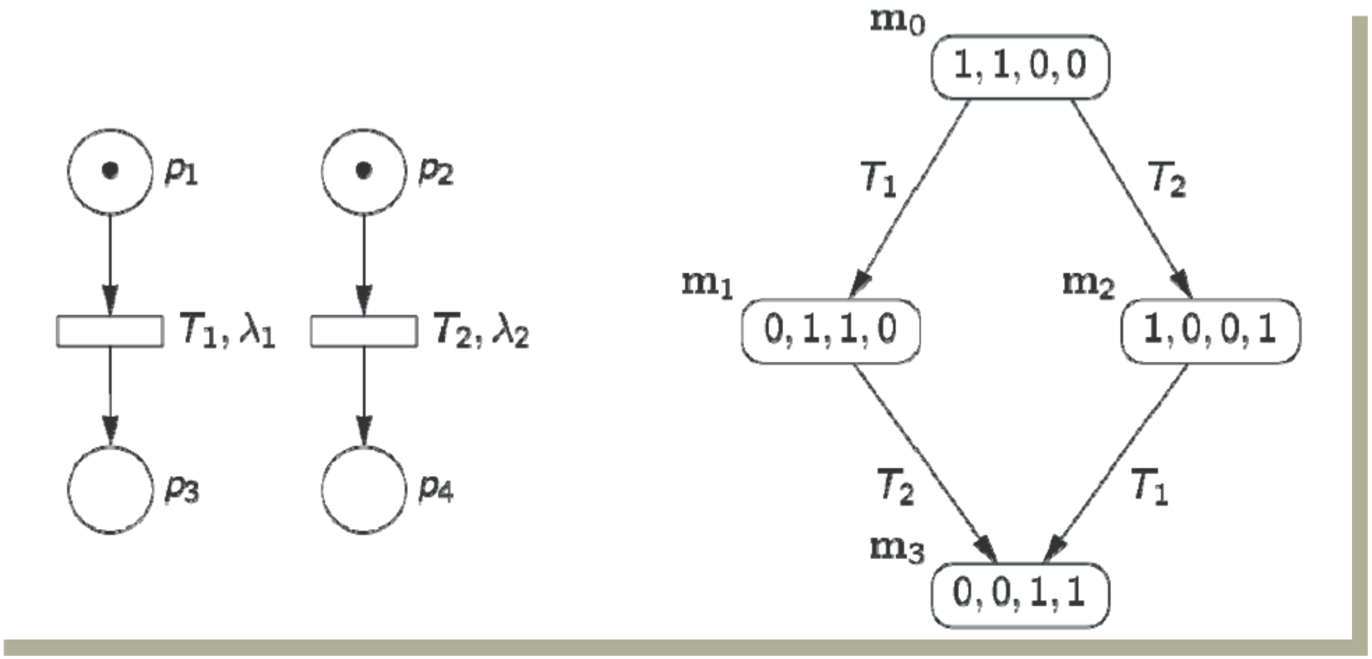
A tüzelési szemantika változása

- Engedélyezettség feltétele: Nem változik
  - Minden bemenő él végén lévő helyen legalább annyi token van, mint amennyi az él súlya
- Tüzelési szabály: Egy tranzíció tüzelhet egy t+d időpillanatban, ha
  - t időpontban engedélyezetté vált
  - d késleltetési időt sorsolt a hozzá tartozó eloszlásfüggvény szerint
  - a [t, t+d) időtartományban folyamatosan engedélyezett volt
- Tüzelés után, az új jelölésben az engedélyezetté váló tranzíciók új késleltetéseket sorsolnak

Mi történik, ha több tranzíció engedélyezett?

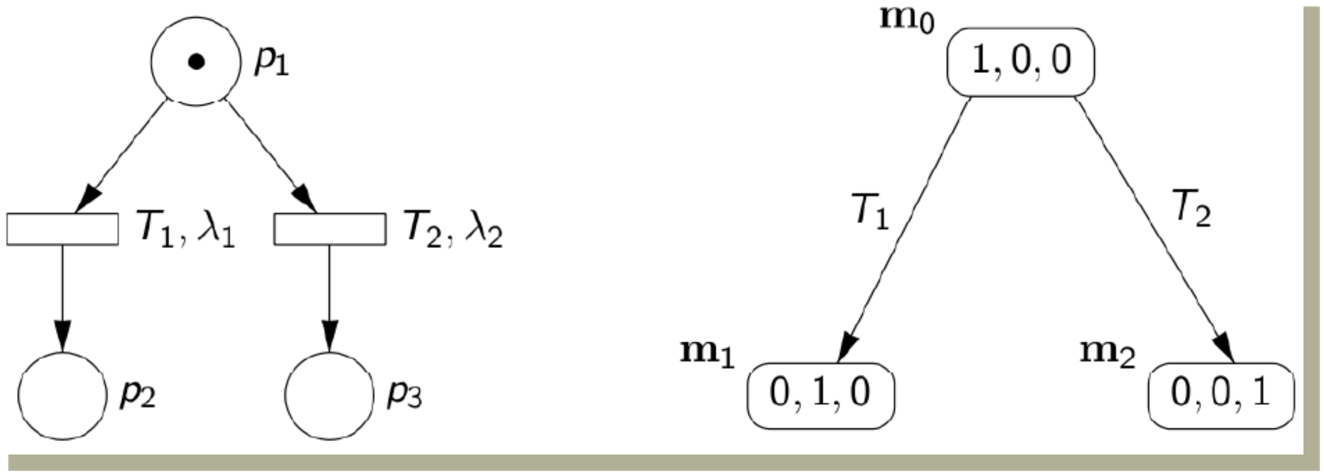
- Az a tranzíció tüzel, amelynek hamarabb letelik a sorsolt késleltetési ideje
  - Engedélyezett tranzíciók versenyben vannak
  - A sorsolt idők alapján (valószínűségi) döntés
- Az engedélyezetten maradó tranzíciók helyzete egyikük tüzelése után:
  - A tüzeléskor új jelölés alakul ki
  - Mik lesznek ekkor az új késleltetések?
    - A késleltetési idő exponenciális eloszlása miatt fennáll az „emlékezetnélküliség” (Markov-tulajdonság)
    - A tüzelésig hátralévő idő statisztikailag független az engedélyezetté válás óta eltelt időtől
    - Az engedélyezett tranzíciók tüzelésig hátralévő ideje ugyanúgy exponenciális eloszlású marad

Elérhetőségi gráf: Konkurens tranzíciók



- Ha T_1 tüzel $d_1 \geq 0$ késleltetéssel, akkor mi lesz T_2 tüzelésének késleltetési ideje az új jelölésben?
  - λ_2 paraméterű exponenciális eloszlású marad, az eredeti eloszlásfüggvény Markov-tulajdonsága miatt

Elérhetőségi gráf: Konfliktusban lévő tranzíciók



- Mi lesz az m_0 jelölés tartási ideje?
  - Két exp. eloszlásfüggvényű valószínűségi változó minimuma határozza meg
    - Tétel: Ez is exp. eloszlásfüggvényű, $\lambda_1+\lambda_2$ paraméterrel
  - Tehát a tartási idő exponenciális eloszlásfüggvénnyel jellemezhető, aminek paramétere $\lambda_1+\lambda_2$
  - A tartási idő várható értéke $1/(\lambda_1+\lambda_2)$

Általánosítás

- Ha n számú, λ_1, λ_2 , …, λ_n paraméterű tranzíció engedélyezett egy m jelölésben, akkor
  - Az m jelölés tartási idejét jellemző exponenciális eloszlás paramétere:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n$$

  - Az m jelölés elhagyásának várható ideje:

$$\frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n}$$

  - Annak a valószínűsége, hogy a λ_1 paraméterű tranzíció tüzel először:

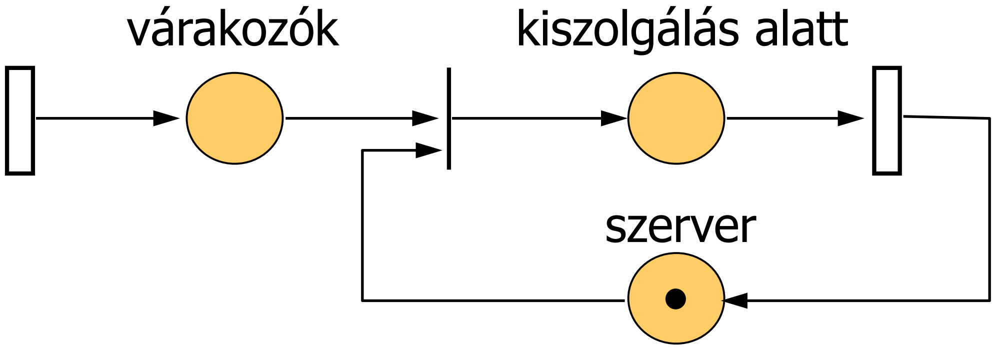
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n}$$

Jellemzők összefoglalása az SPN-re

- Az új jelölés kialakulásához szükséges idő exponenciális eloszlású
  - Konfliktusban lévő vagy konkurens tranzíciók esetén is
- Az időzítéssel ellátott elérhetőségi gráf egy folytonos idejű Markov-lánc (CTMC)
  - Struktúrája független a tranzíciók paramétereinek értékétől
  - Állapotátmeneti ráta: a tüzelő tranzíció λ paramétere
  - A CTMC megoldási módszerei használhatók az SPN analíziséhez
- Az analízis eredményei
  - Állandósult állapotbeli (aszimptotikus) megoldás (létezik, ha az SPN korlátos és megfordítható):
    - Jelölések állandósult állapotbeli valószínűsége
    - Tokenek számának várható értéke egy-egy helyen
    - Tranzíciók tüzelési gyakorisága
  - Tranziens megoldás:
    - Jelölések valószínűségi időfüggvényei

Példa: M/M/1 sor

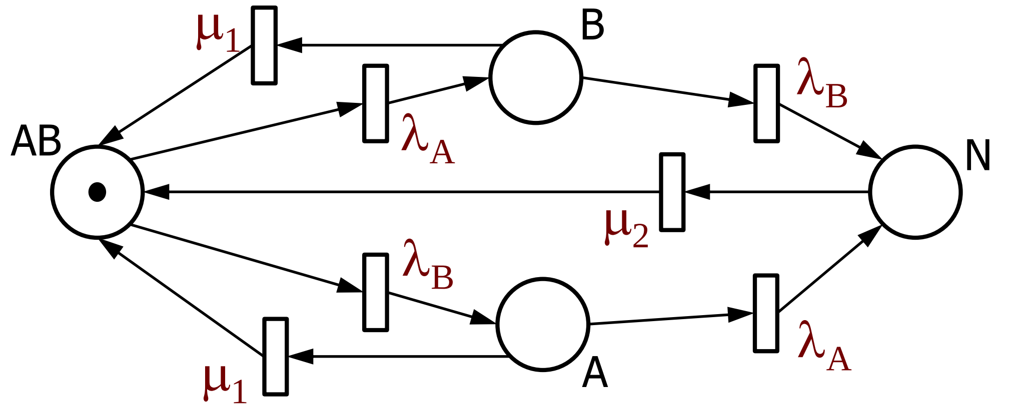
- Egy szerver szolgál ki sorban álló kéréseket
- Exponenciális eloszlásfüggvénnyel jellemezhető:
  - Kérések beérkezésének időközei
  - Kiszolgálási idő



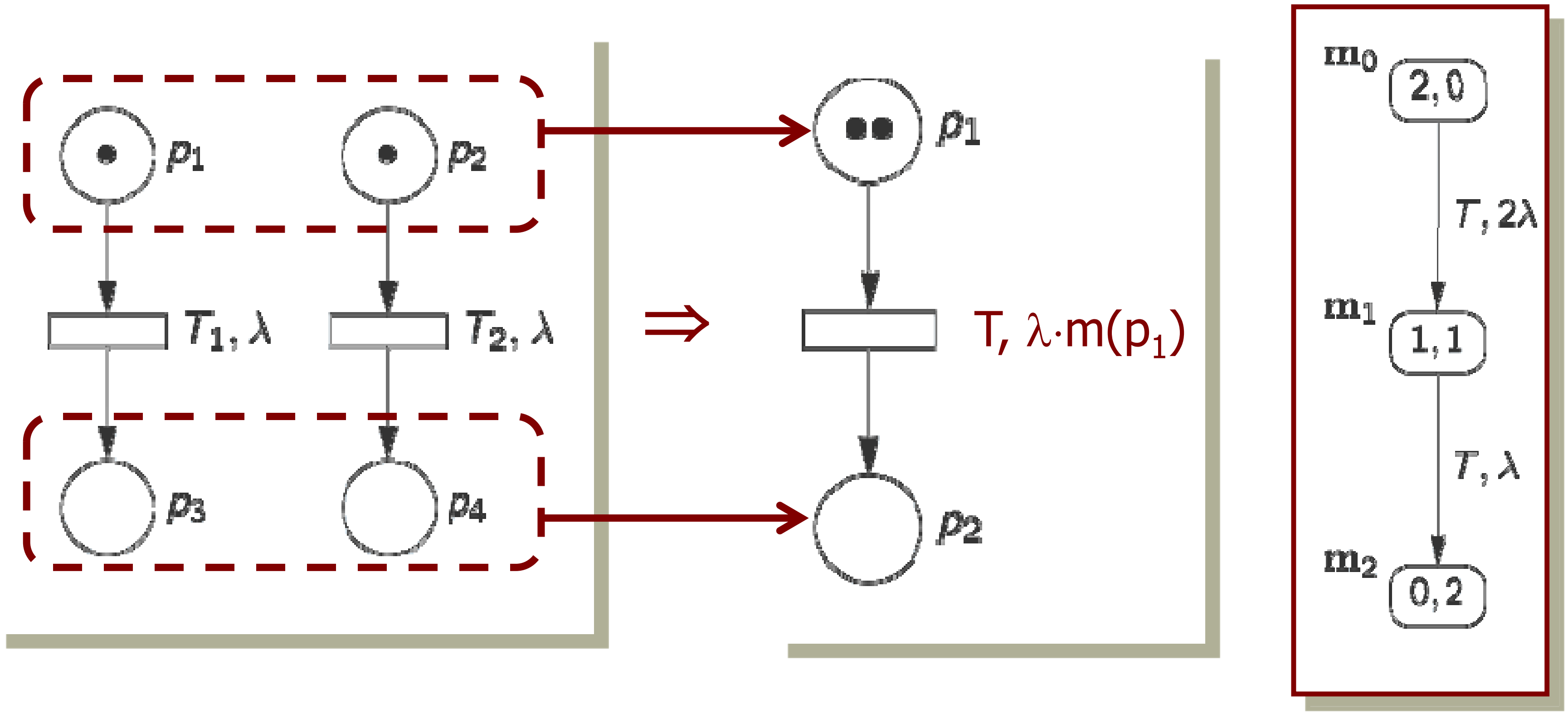
- Meghatározható (különféle paraméterek mellett):
  - Szerver kihasználtsága, szükséges szerverek száma
  - Várakozók átlagos száma

Példa: Megbízhatósági modellezés

- Két szerverből (A, B) álló rendszer:
  - Bármelyik szerver meghibásodhat
  - A szerverek külön-külön vagy együtt is javíthatók
- Rendszerszintű állapotok: Mely szerverek jók (AB, A, B, N)
- Állapotátmenetek (exponenciális eloszlású időzítés):
  - Az A szerver meghibásodása: λ_A meghibásodási gyakoriság
  - A B szerver meghibásodása: λ_B meghibásodási gyakoriság
  - Egy szerver javítása: μ_1 javítási tényező (gyakoriság)
  - Teljes rendszer javítása: μ_2 javítási tényező (gyakoriság)



Példa: Modell egyszerűsítés azonos paraméterű konkurens tranzíciókra



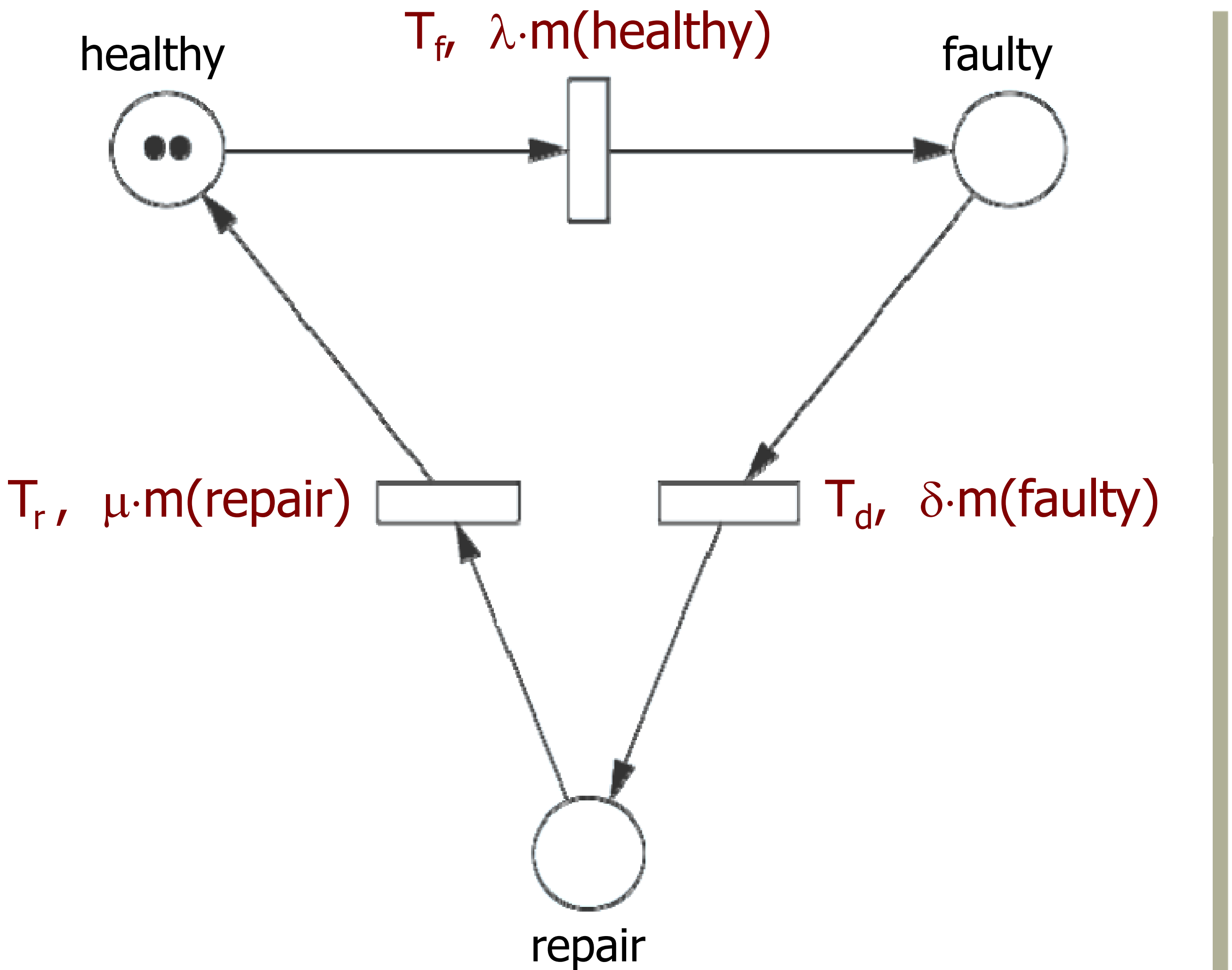
- Jelölésfüggő paraméterek időzített tranzíciókhoz
  - Modellezési erőt nem növel
  - Bemenő élhez vagy bemenő tiltó élhez kapcsolódó hely jelölésétől függhet az exponenciális eloszlásfüggvény paramétere

Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Két azonos típusú szerver
- Egy-egy szerver meghibásodási tényezője λ
  - Azaz λ paraméterű exp. eloszlásfüggvény alapján sorsolható idő eltelte után hibásodik meg
  - A szerverek függetlenül hibásodhatnak meg
- A hiba detektálási ideje δ paraméterű exp. eloszlásfüggvénnyel jellemezhető
  - Egyszerre több szerver hibája is detektálható
- A hiba javítási ideje μ paraméterű exp. eloszlásfüggvénnyel jellemezhető
  - Egyszerre több szerver is javítható (nem csak egy szerelő van)

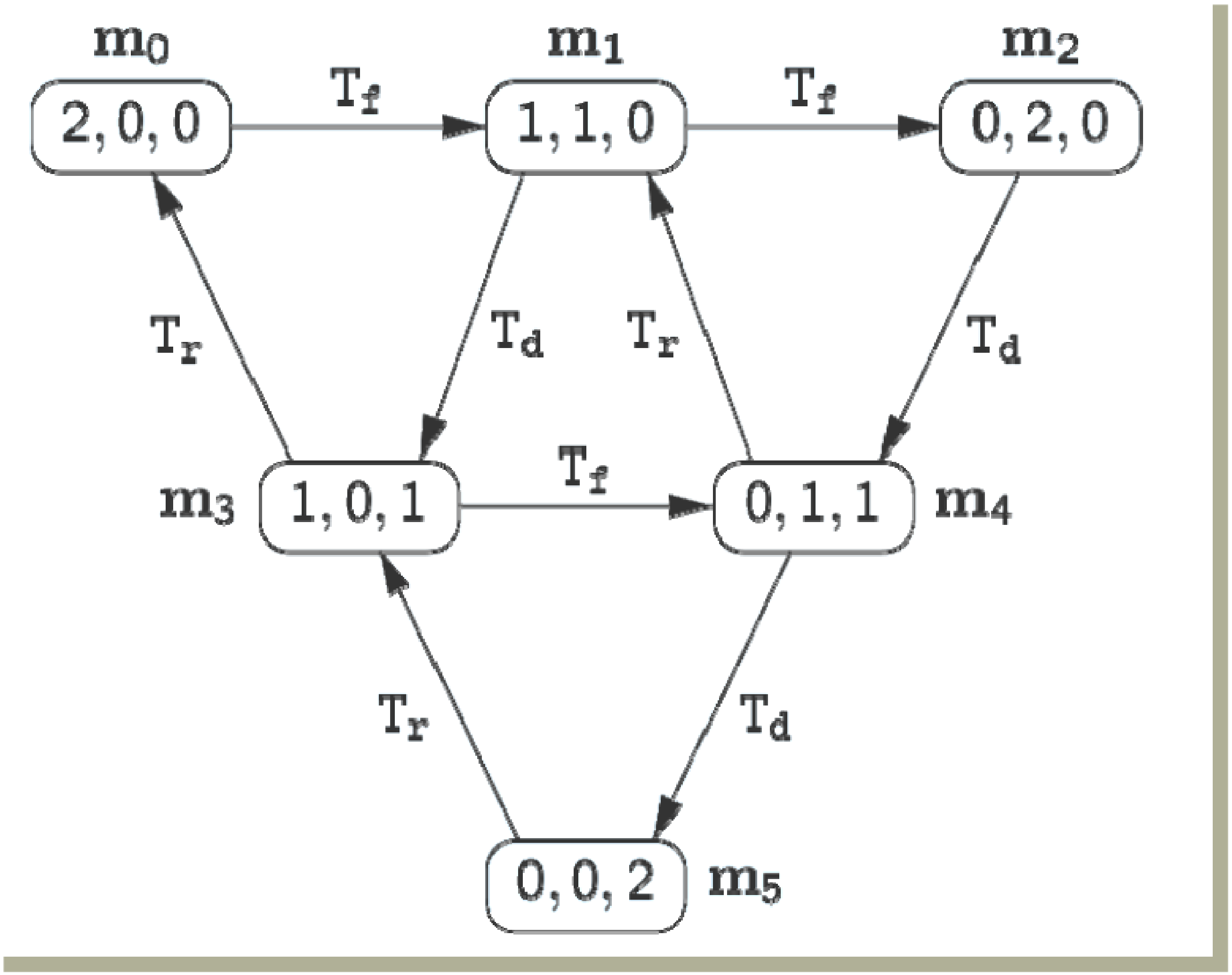
Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Az SPN modell:



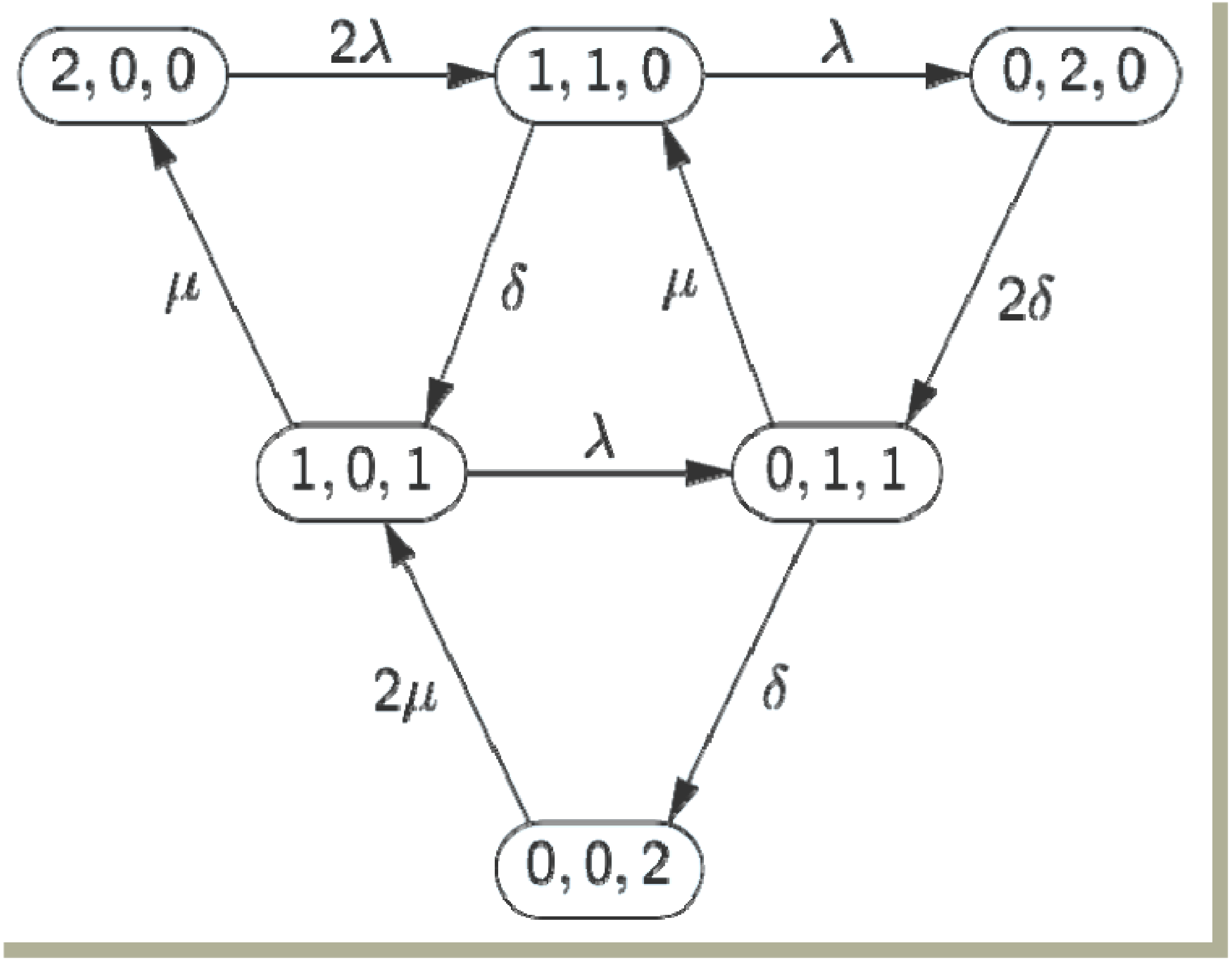
Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Az elérhetőségi gráf: (healthy, faulty, repair) jelölésre



Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Az elérhetőségi gráf mint CTMC: (healthy, faulty, repair)



További sztochasztikus Petri-háló osztályok

Általánosított sztochasztikus Petri-hálók

- GSPN: Generalized Stochastic Petri Net
- Kiterjesztések SPN-hez képest
  - Azonnal tranzíciók
    - Logikai függőségek modellezésére
  - Prioritások tranzíciók között
    - Konfliktusok feloldására
  - Tiltó élek
  - Őrfeltételek
    - Egyszerűsítés (élek helyett predikátumok)
- Az elérhetőségi gráf továbbra is CTMC
  - Eltűnő (vanishing) jelölések
  - Adott ideig fennálló (tangible) jelölések

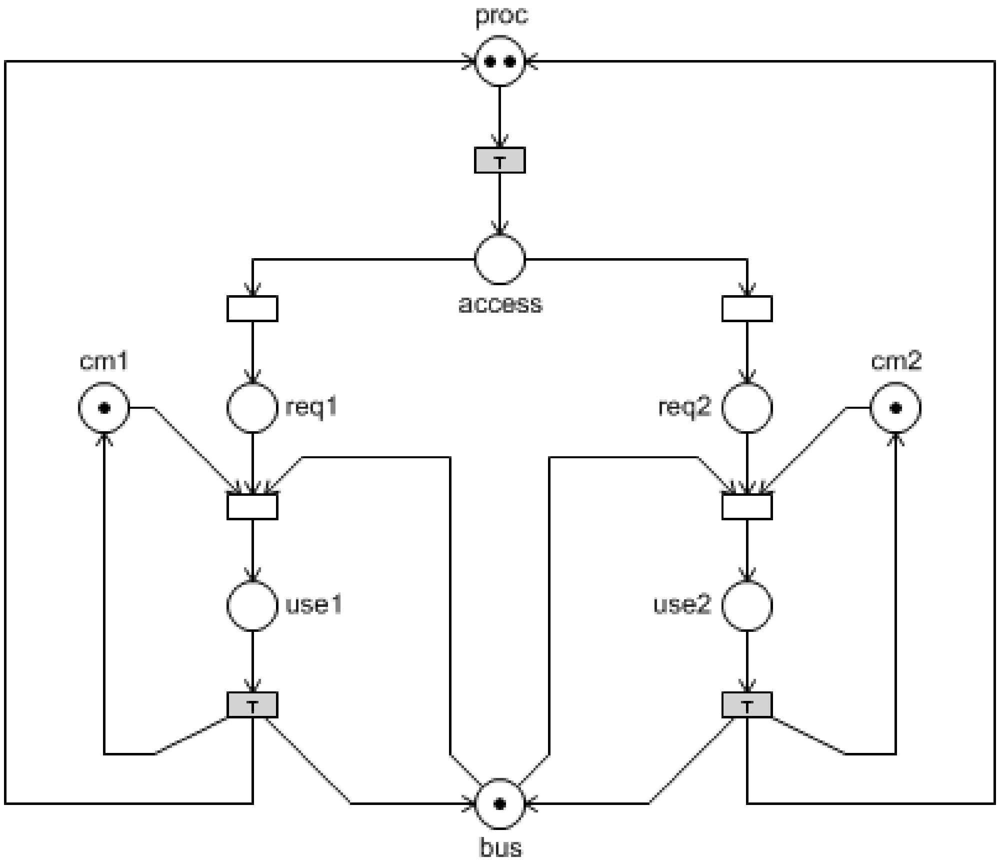
GSPN formális definíció

GSPN=(P, T, I, O, m_0, H, Π, L, G)

- $H \subseteq P \times T$ tiltó élek
- Π: $T \rightarrow Z$ prioritások
  - Időzített tranzíciók: 0 a prioritás
  - Azonnali tranzíciók: >0 a prioritás;
    ez alapján végezhető konfliktusfeloldás közöttük
- L: $T \rightarrow R^+$ a tranzíciók paraméterei
  - Időzített tranzíciók esetén: A késleltetési idő sorsolásához a negatív exp. valószínűségi eloszlásfüggvény paramétere
  - Azonnali tranzíciók esetén: Súlyok az azonos prioritású, konfliktusban lévő engedélyezett tranzíciók közötti véletlenszerű választáshoz
- G: $T \rightarrow$ Boole-fv   tranzíciókhoz rendelt őrfeltételek
  - Az adott átmenet engedélyezetté válásához igaznak kell lennie
  - A jelöléseken értelmezett, pl. [m(P)>2], ahol m(P) a P hely jelölése

GSPN példa

- Több processzor (proc)
  - Adott gyakoriságú kommunikációs igény (access)
- Közös buszon (bus) két kommunikációs egység (cm1, cm2)
  - Adott valószínűséggel cm1 vagy cm2 használata
- Elemezhető:
  - Várakozók átlagos száma az egyes kommunikációs egységekre
  - Busz kihasználtság (foglaltság)
  - Kommunikációs egységek kihasználtsága
  - ...



Determinisztikus és sztochasztikus Petri-hálók

- DSPN: Deterministic and Stochastic Petri Net
- További kiterjesztések:
  - Determinisztikus késleltetéssel (tüzelési idővel) ellátott tranzíciók is lehetségesek
    - Konstans késleltetést jelent a tranzíció tüzeléséhez
    - Használható a determinisztikus idejű aktivitások modellezésére (pl. javítási idő a megbízhatósági modellezésben)
    - Jelölés: Befeketített vastag téglalap
- Az analízis hatékonyságának feltétele:
  - Egy jelölésben csak egy determinisztikus időzítésű tranzíció legyen engedélyezett
  - Ez esetben az elérhetőségi gráf Markovi analízissel vizsgálható marad

Általános időzített Petri-hálók (TPN)

- Általános eloszlásfüggvény adható a tranzíciók tüzelési idejének (késleltetésének) sorsolásához
- Általános esetben az elérhetőségi gráf nem CTMC
  - Struktúrája függ az eloszlások paramétereitől
  - Markovi analízissel nem vizsgálható
    - Speciális esetekre van csak analitikus megoldás
  - Szimulációval való megoldás szokásos
    - Nehéz, ha eltérő a késleltetések nagyságrendje
- Nem triviális a késleltetések újrasorsolásának szemantikája egy-egy új jelölésben
  - Mivel az eloszlásfüggvény nem emlékezetnélküli, van jelentősége annak, hogy van-e és milyen az újrasorsolás

Az időzített tranzíciók általános szemantikája

- Hogyan történik a konfliktusfeloldás?
  - Előválasztás (preselection): A késleltetéstől független a döntés
  - Verseny (race): A sorsolt késleltetési idő dönt (modellekben gyakoribb)
- Mi történik tüzelés után egy-egy új jelölés kialakulásakor?
  - A modellezett tevékenység folytatódik, vagy újra kell kezdeni

Szemantika: Késleltetés sorsolása az új jelölésben	Tranzíció engedélyezett marad az új jelölésben	Tüzelése előtt az engedélyezettségét elvesztő tranzíció újra engedélyezetté válik
„Race with resampling”	Újrasorsolás az eredeti eloszlás szerint: „újrakezd”	Újrasorsolás az eredeti eloszlás szerint: „újrakezd”
„Race with enabling memory”	Újrasorsolás a maradék idő szerint: „folytatódik”	Újrasorsolás az eredeti eloszlás szerint: „újrakezd”
„Race with age memory”	Újrasorsolás a maradék idő szerint: „folytatódik”	Újrasorsolás a maradék idő szerint: „folytatódik”

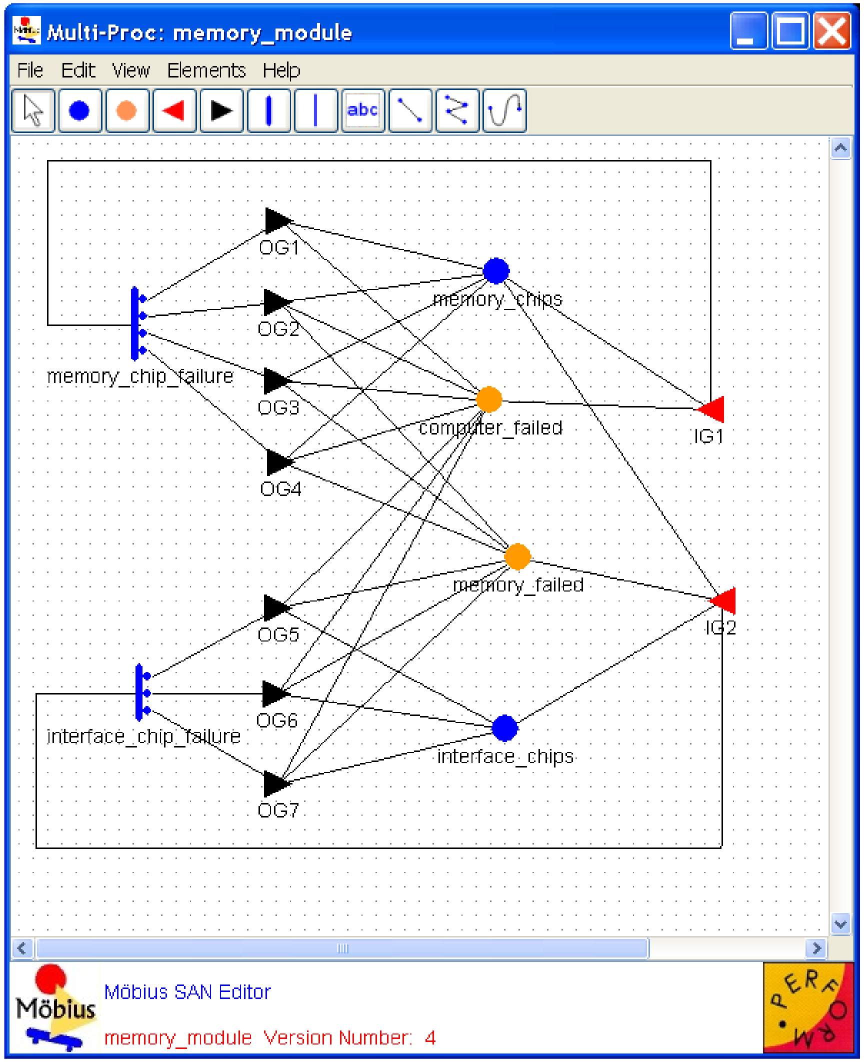
Reward függvények

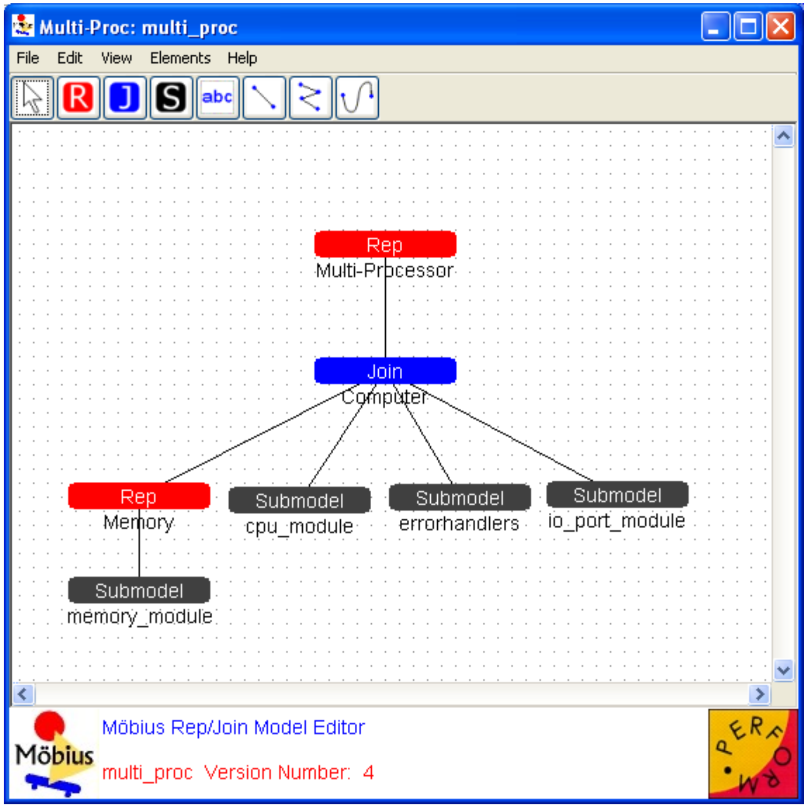
- Cél: Haszon (vagy költség, ha negatív) függvények megadása
- Ráta jellegű reward (rate reward):
  - Jelöléseken értelmezett, haszon/időegység értéket ad meg
  - Pl.: Ha jó a szerver, 300 Ft/óra haszon, egyébként 200 Ft/óra kötbér:

    ```
    if (m(healthy)>0) then ra=300 else ra=-200
    ```
  - Időintervallumra: a reward ráta idő szerinti integrálásával számolható a haszon
- Impulzus jellegű reward (impulse reward):
  - Egy-egy tranzíció tüzeléséhez adja meg a haszon/tüzelés értéket
  - Példa: Egy-egy javítás költsége 500 Ft:

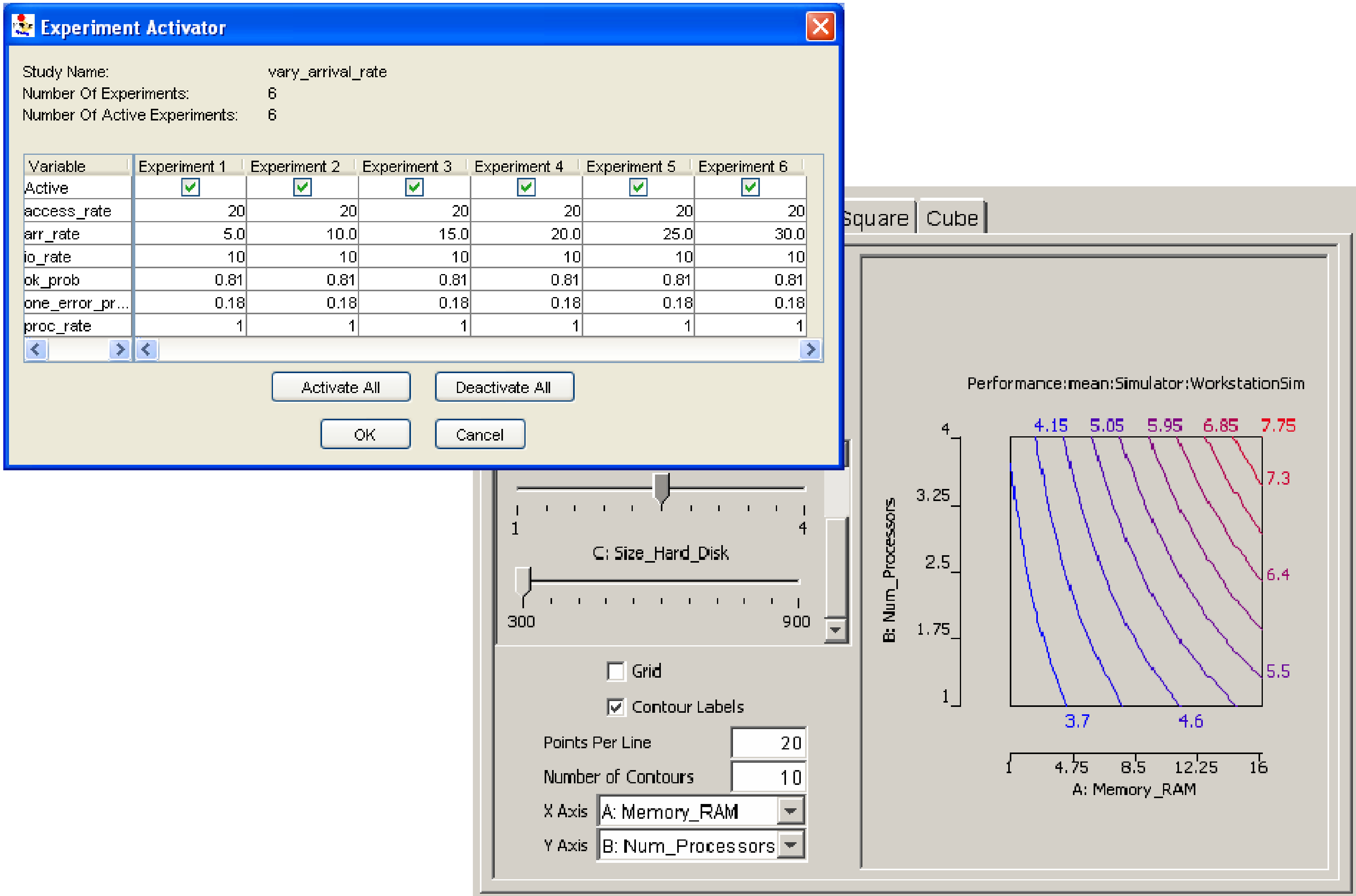
    ```
    if (fire(Repair)) then ri=-500
    ```
  - Időintervallumra: tüzelésekre összegezhető haszon

Stochastic Reward Network: Möbius





Stochastic Reward Network: Möbius



Variable	Experiment 1	Experiment 2	Experiment 3	Experiment 4	Experiment 5	Experiment 6
Active	☑	☑	☑	☑	☑	☑
access_rate	20	20	20	20	20	20
arr_rate	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0
io_rate	10	10	10	10	10	10
ok_prob	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81
one_error_pr...	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18
proc_rate	1	1	1	1	1	1

Összefoglalás

- Háttér: Sztochasztikus folyamatok és modellek
  - Folytonos idejű Markov-láncok
- Petri-háló kiterjesztések
  - SPN: neg. exp. eloszlásfv. szerint időzített tr.
  - GSPN: azonnali is
  - DSPN: determinisztikus időzítésű is
  - TPN: általános eloszlásfv. szerint időzített tr.
- Reward (haszon) függvények