Leistungsmodellierung 2

Budapest University of Technology and Economics
Fault Tolerant Systems Research Group

Wiederholung

- **Stabiler Zustand:**
  - kann mit Durchschnittswerten gerechnet werden
  - $\lambda = X$ (Ankuftsrate = Durchsatz)
- **Grenzdurchsatz:**
  - der grösste erreichbare Durchsatz (bei T Durchschnittsabfertigungszeit)
  - $X^{\max} = \frac{K}{T}$ (bei K frei wählbaren Ressourceninstanzen)
- **Auslastung**:
  - Verhältnis des aktuellen und des Grenzdurchsatzes
  - $U = \frac{X}{K} \times T$ (bei K frei wählbaren Ressourceninstanzen)

Besichtigunszahl

Der Satz von Little

Der Satz von Zipf

Änderungen der Last

INHALT

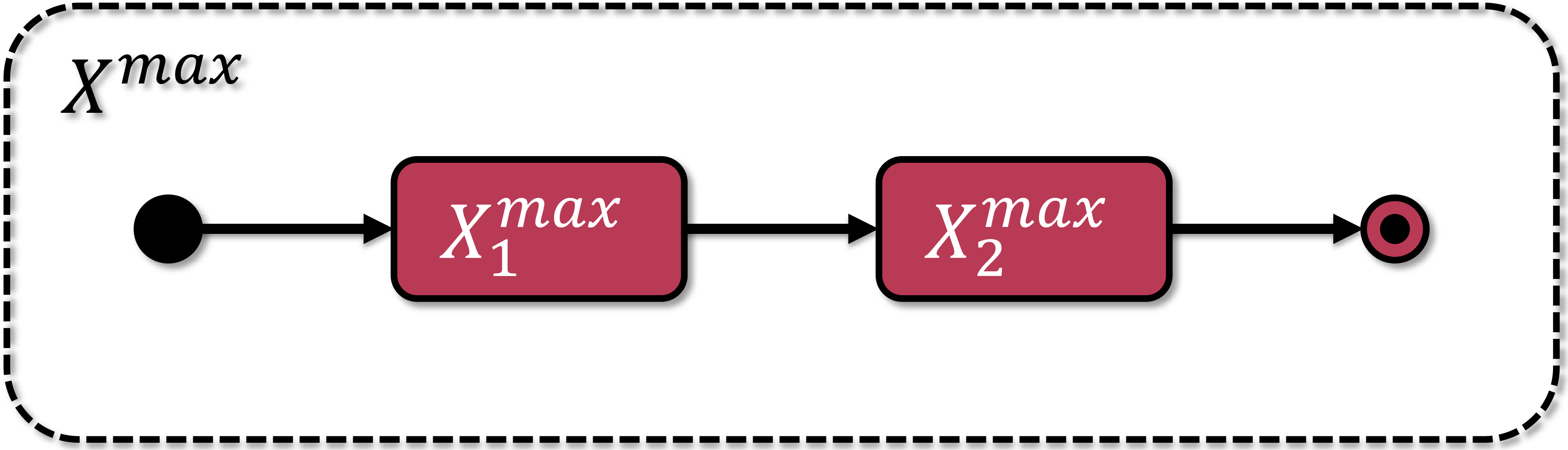
BESICHTIGUNGSZAHL

Definition: Besichtigungszahl

Die **Besichtigungszahl** gibt an, wie oft die gegebene Aktivität/Unterprozess während der Ausführung abläuft.

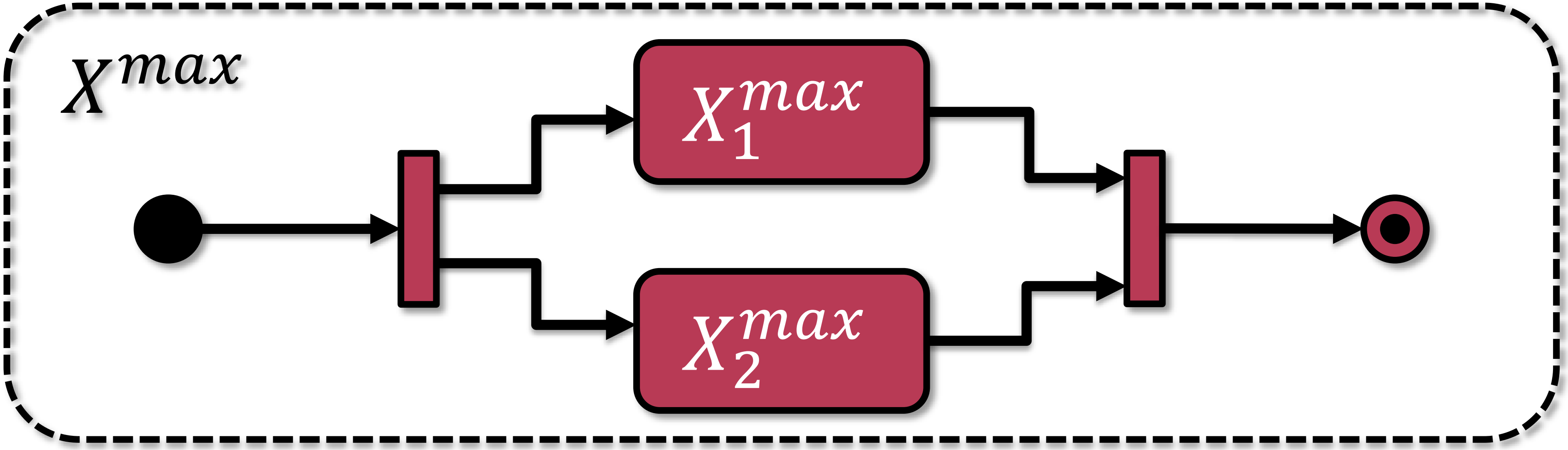
- Wie oft wird der Prozess während einer Ausführung eine gegebene Aktivität besichtigen? (Visitationen)
- Während einer Ausführung eines Prozesses kann eine Aktivität gar nicht, einmal oder mehrmal ablaufen (siehe Verzweigungen, Schleifen).
  - Wenn die mögliche Wahl zwischen verschiedenen Ausgängen mit **Wahrscheinlichkeiten** beschrieben ist, dann spielen diese Wahrscheinlichkeiten bei der Berechnung der Besichtigungszahl eine wichtige Rolle.

Sequentielle Komposition



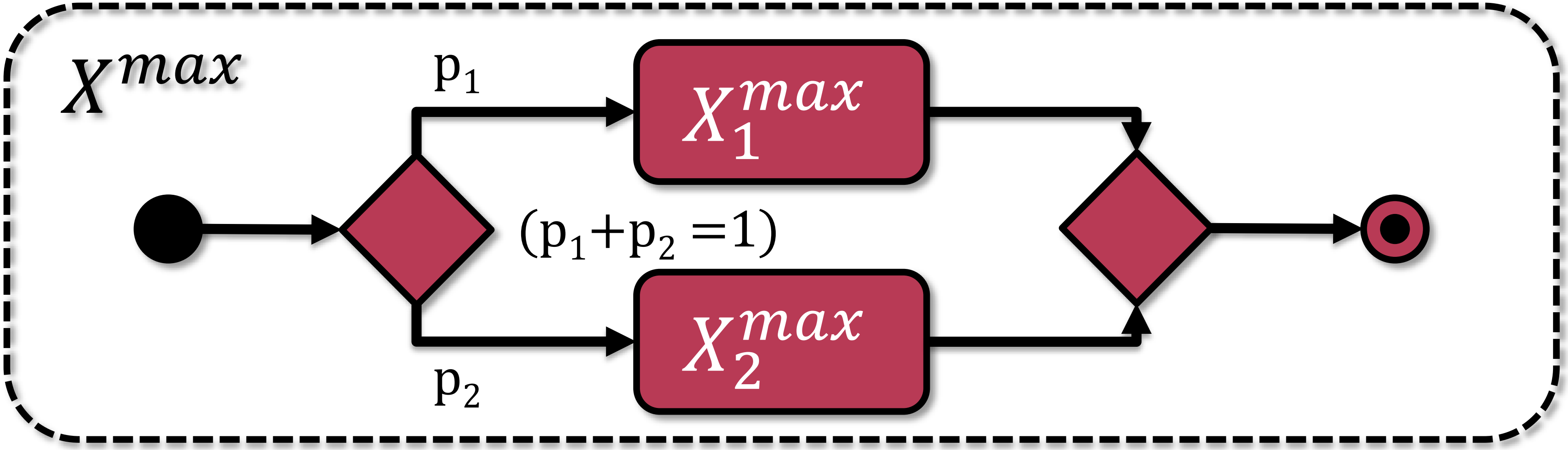
Jede Aktivität wird einmal besichtigt.

Parallele Komposition



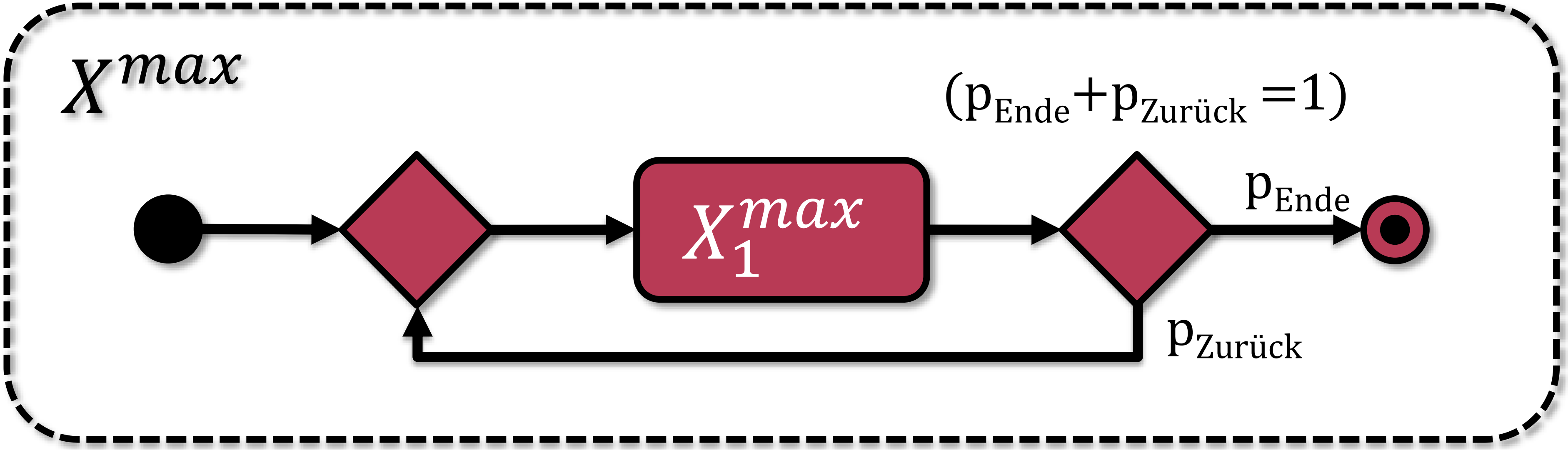
Jede Aktivität wird einmal besichtigt.

Wahl mit gegebener Proportion



Die Aktivität X_1 wird durchschnittlich p_1-mal, die Aktivität X_2 wird durchschnittlich p_2-mal besichtigt.

Komposition mit Schleife



Die Aktivität X_1 wird durchschnittlich $\frac{1}{p_{Ende}}$-mal, besichtigt.

(Wenn p_{Ende} ⅓ ist, dann 3-mal, wenn ⅕, dann 5-mal. Siehe Wahrscheinlichkeitsrechnung.)

Besichtigungszahl

Grenzdurchsatz bei gegebener Besichtigungszahl:

$$X^{max} = \frac{1}{v} \times X_1^{max}$$

- **Besichtigungszahl:** gibt an, wie oft die gegebene Aktivität/Unterprozess während der Ausführung abläuft.
  - Bei einer Wahl ist sie die Wahlwahrscheinlichkeit
  - Bei einer Schleife ist sie die erwartete Iterationsanzahl

Besichtigungszahl

Grenzdurchsatz bei gegebener Besichtigungszahl:

$$\frac{1}{X^{max}} = v \times \frac{1}{X_1^{max}}$$

- **Besichtigungszahl:** gibt an, wie oft die gegebene Aktivität/Unterprozess während der Ausführung abläuft.
  - Bei einer Wahl ist sie die Wahlwahrscheinlichkeit
  - Bei einer Schleife ist sie die erwartete Iterationsanzahl

Besichtigungszahl

Abfertigungszeit bei gegebener Besichtigungszahl:

$$T_{Prozess} = v \times T_{Task}$$

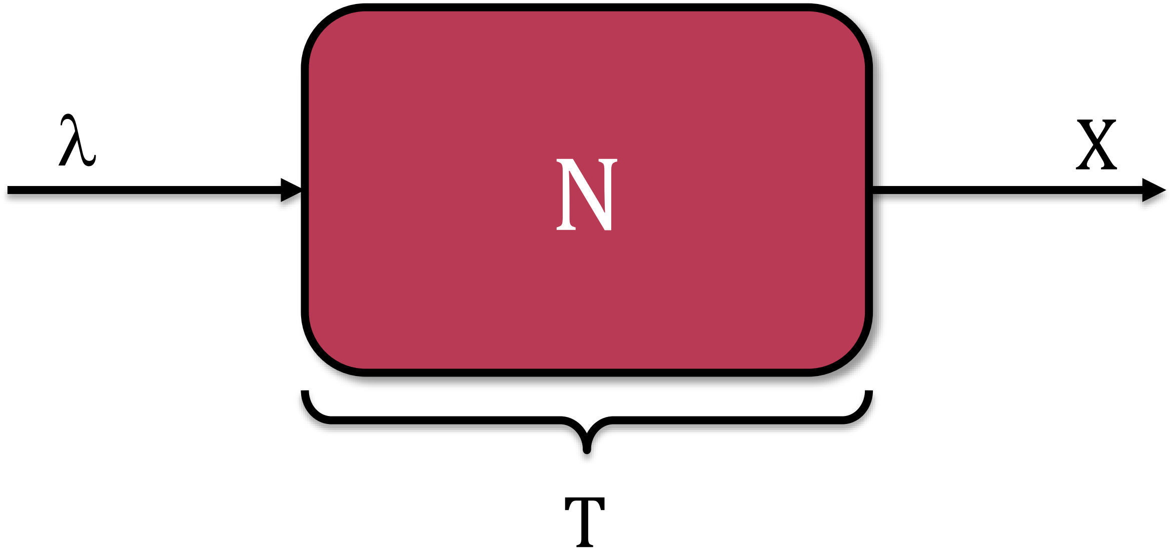
- **Besichtigungszahl:** gibt an, wie oft die gegebene Aktivität/Unterprozess während der Ausführung abläuft.
  - Bei einer Wahl ist sie die Wahlwahrscheinlichkeit
  - Bei einer Schleife ist sie die erwartete Iterationsanzahl

DER SATZ VON LITTLE

Die Grundformel

Der Satz von Little

- λ: Ankunftsrate $\left[\frac{Anfrage}{Sec}\right]$
- X: Durchsatz $\left[\frac{Anfrage}{Sec}\right]$
- T: Abfertigungszeit $[Sec]$
- N: Anzahl der Token im System $[Anfrage]$



Der Satz von Little

Im stabilen Zustand (im Gleichgewicht, $\lambda = X$)
gilt der Satz von Little:

$$N = X \times T$$

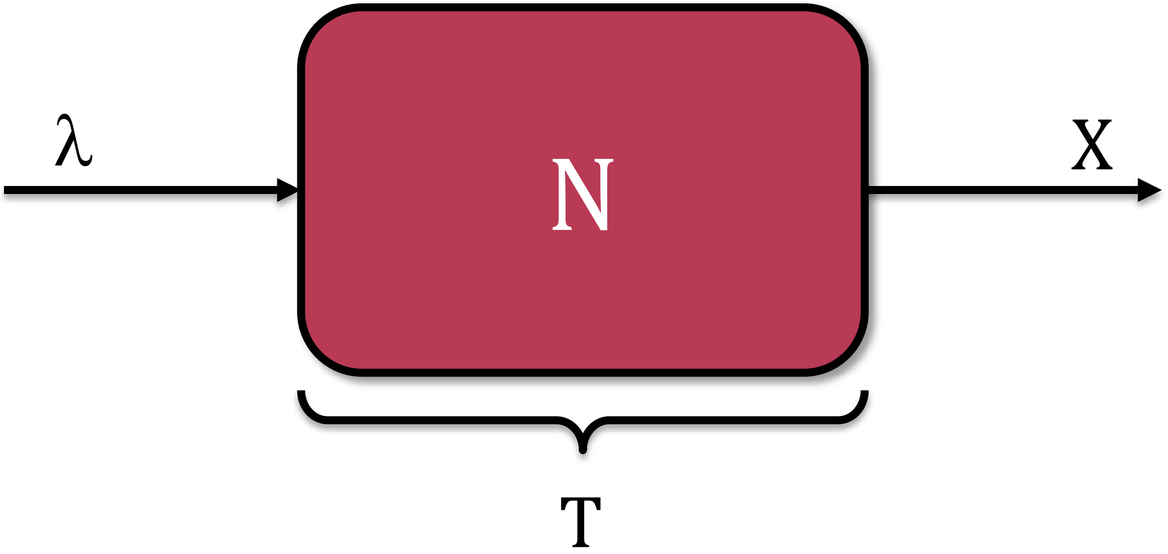


Illustration des Satzes von Little

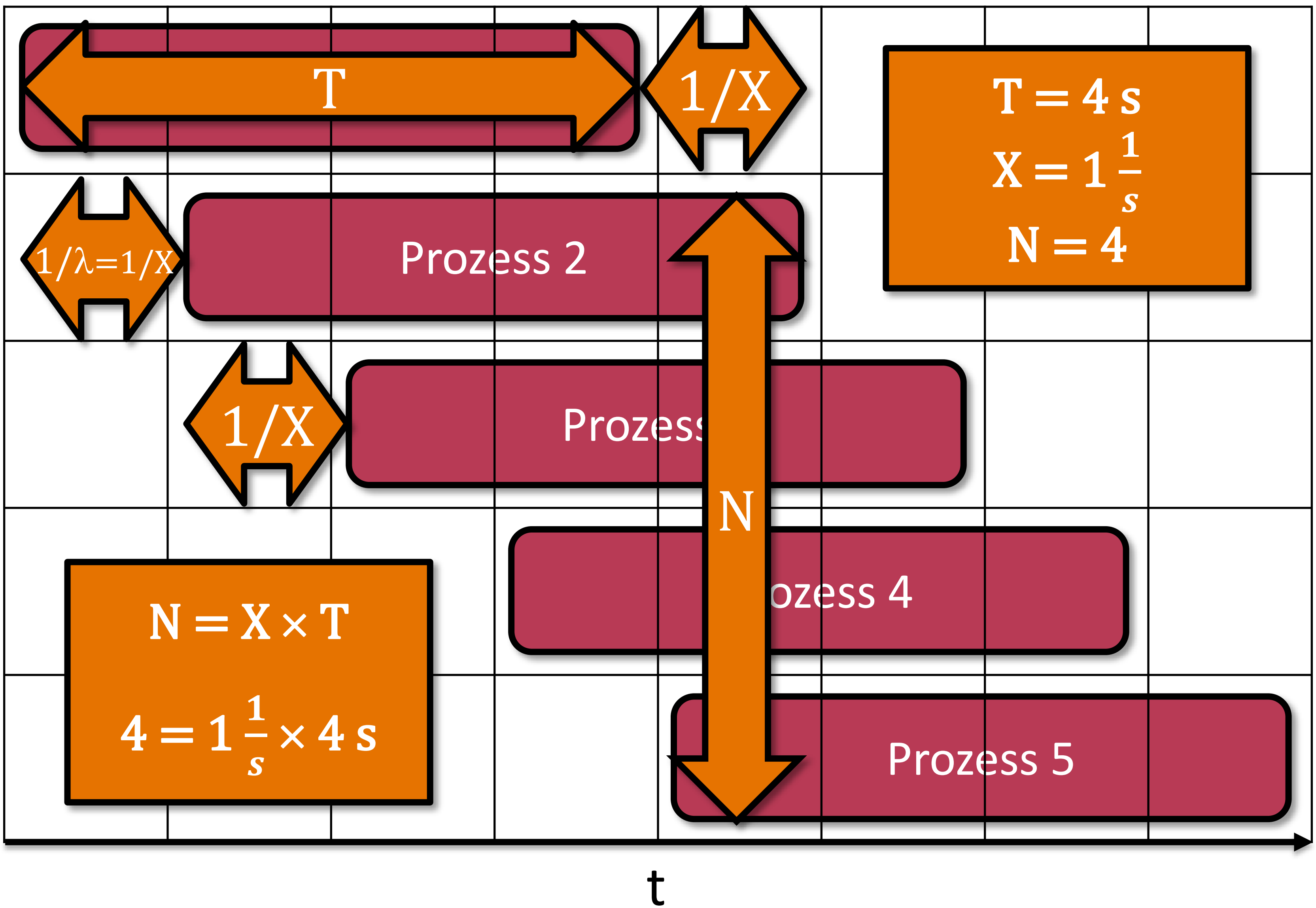
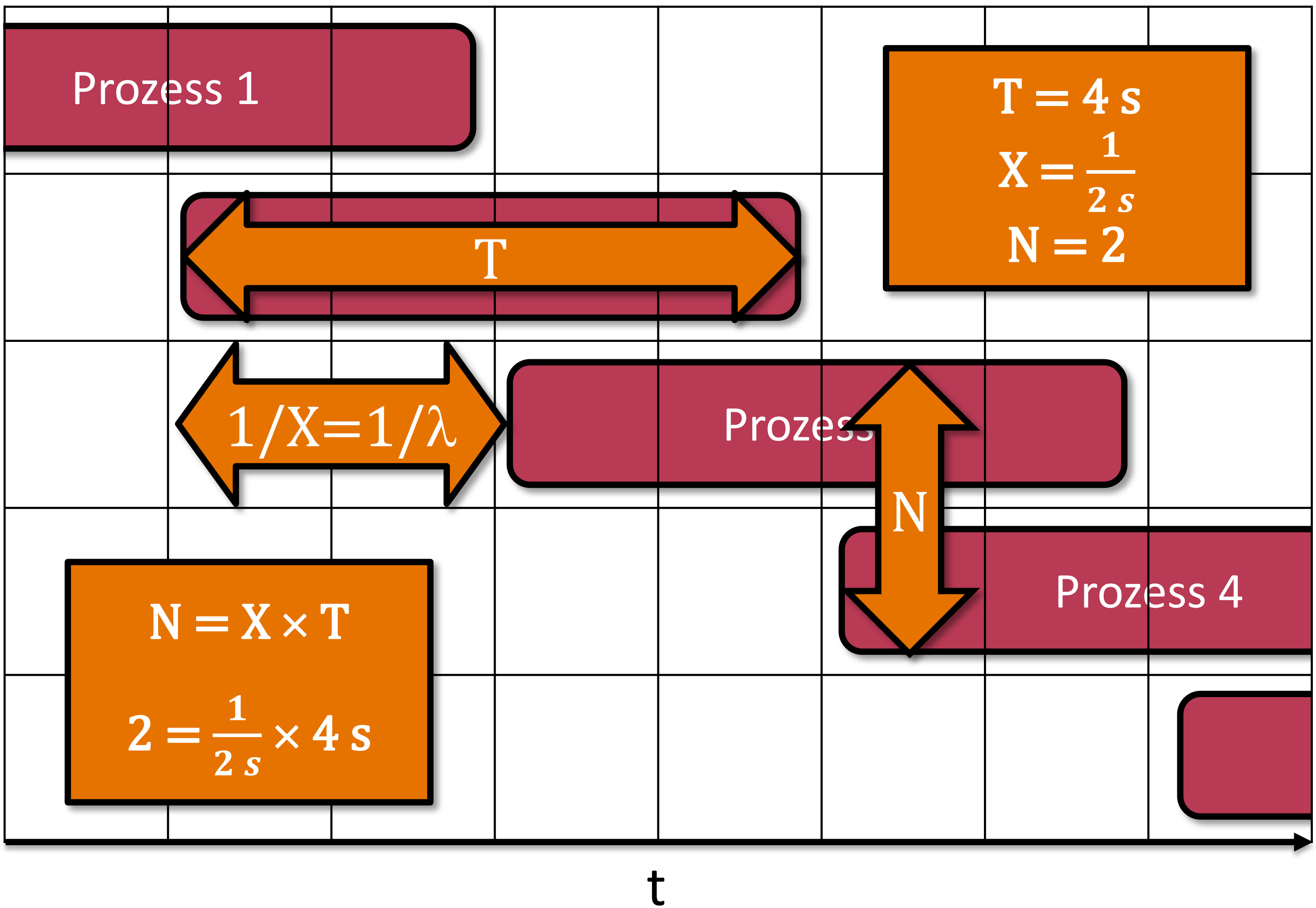


Illustration des Satzes von Little



Die Auslastung und der Satz von Little

- K Serverinstanzen: maximal K Prozessinstanzen können gleichzeitig unter Abfertigung stehen
- Der Satz von Little gibt die Anzahl der unter Abfertigung stehender Prozessinstanzen (N) an
- Davon ist folgendes ableitbar:

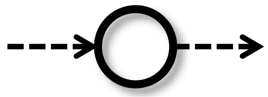
$$U = \frac{X}{K} \times T = \frac{X \times T}{K} = \frac{N}{K}$$

Auslastung bei K Serverinstanzen

Der Satz von Little ($N = X \times T$)

DER SATZ VON LITTLE: PRAKTISCHE BEISPIELE

Der Satz von Little – Beispiel



Festplatte

- Ressource/Bedienungseinheit: Festplatte
- Sie bedient 40 Anfragen/Sekunden (keine Überlappung)
- Die Bedienzeit einer Anfrage beträgt durchschnittlich 0,0225 Sekunden
- Wie hoch ist die Auslastung?

$$U = X \times T_{Festplatte} = 40\,\frac{Anfrage}{Sec} \times 0{,}0225\ Sec = 0{,}9 = 90\%$$

Der Satz von Little – Beispiel

- Die Anfragen werden in eine Warteschlange vor der Festplatte gestellt
- Durchsatz der Festplatte: 40 $Anfragen/Sek$
- Die durchschnittliche Anzahl der Anfragen im System: 4

Durchschnittliche Antwortzeit? (T_{System})

Die Zeit, die die Anfrage im System verbringt?

Durchschnittliche Wartezeit? (T_{Warten})

Die Zeit, die die Anfrage in der Warteschlange verbringt?

Der Satz von Little – Beispiel

System

- Die Anfragen werden in eine Warteschlange vor der Festplatte gestellt
- Durchsatz der Festplatte: 40 $Anfragen/S$
- Die durchschnittliche Anzahl der Anfragen im …em: 4

Wartezeit und Abfertigungszeit zusammen

Durchschnittliche Antwortzeit? (T_{System})

$$N = X \times T \rightarrow T_{System} = 4\ Anfragen / 40\ \frac{Anfr.}{Sek} = 0{,}1\ Sek$$

Durchschnittliche Wartezeit? (T_{Warten})

$$(T_{System} - T_{Festplatte}) = (0{,}1\ s - 0{,}0225\ s) = 0{,}0775\ s$$

Der Satz von Little – Beispiel

- Die Anfragen werden in eine Warteschlange vor der Festplatte gestellt
- Durchsatz der Festplatte: 40 $Anfragen/Sek$
- Die durchschnittliche Anzahl der Anfragen im System: 4

Durchschnittliche Anzahl der Anfragen in der Warteschlange?

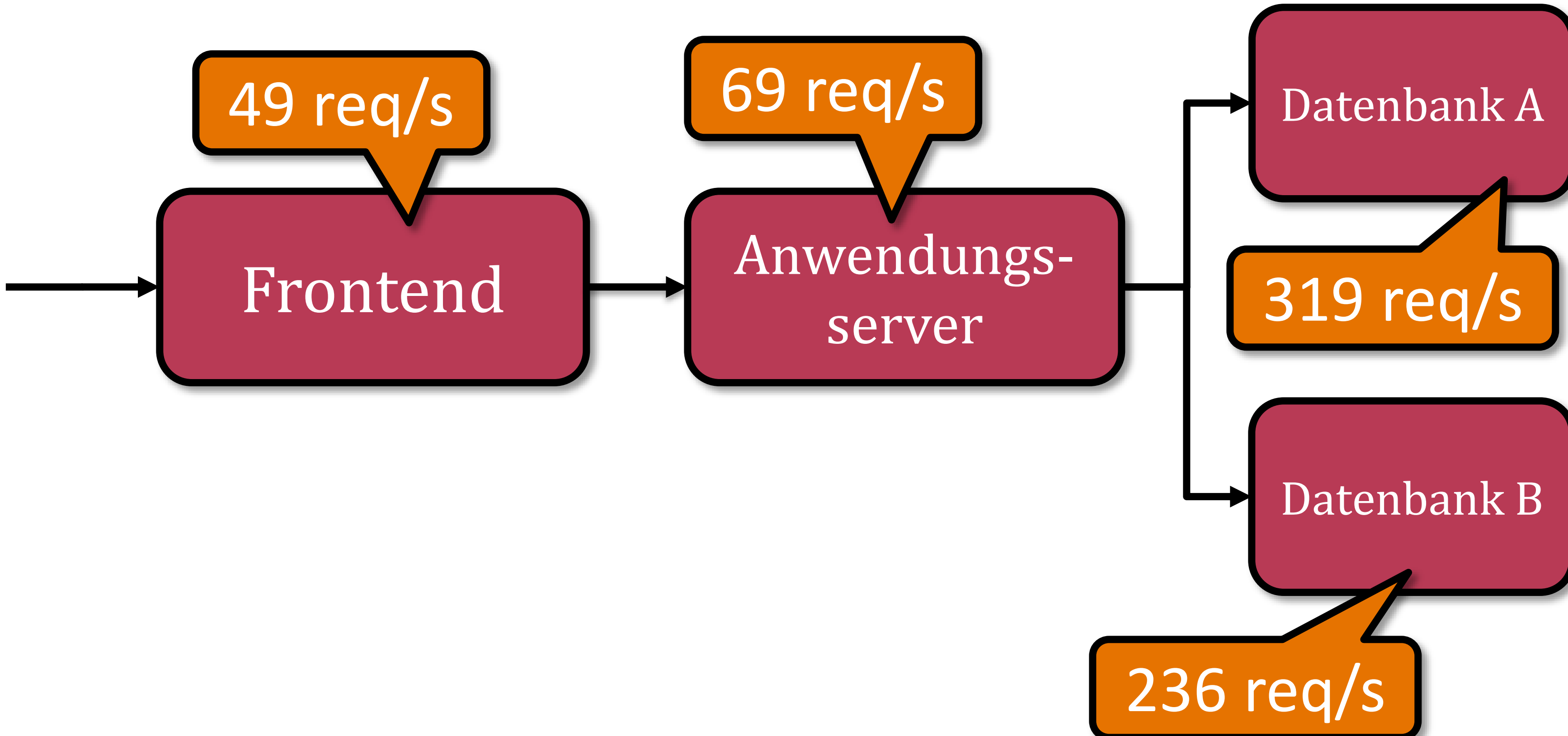
$(N_{System} - N_{Festplatte})$

4 $Anfragen$ – 0,9 $Anfragen$ = 3,1 $Anfragen$

Der Satz von Little in der Praxis

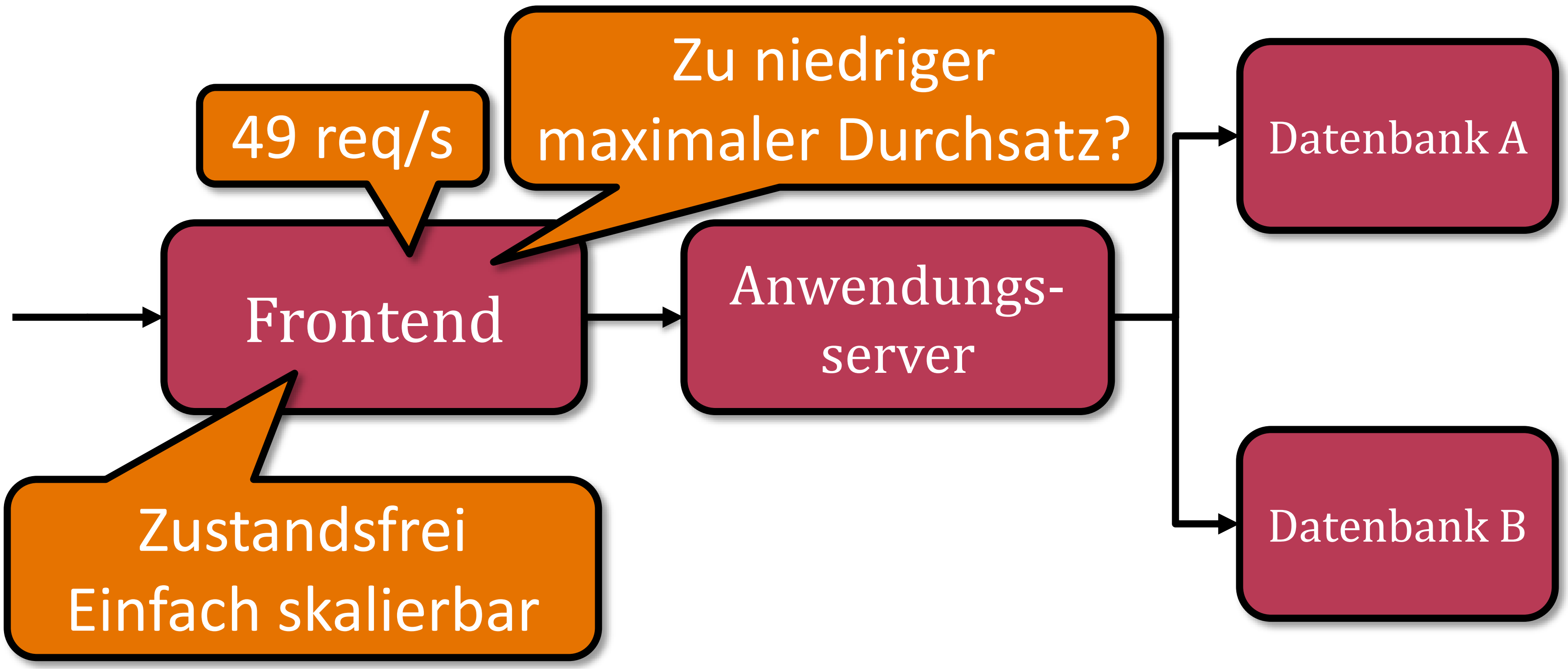
- Simulation
  - Dobson&Shumsky
  - https://youtu.be/UjzXQPGBaNA
- Warum wird es unterrichtet?
  - http://pubsonline.informs.org/doi/pdf/10.1287/ited.7.1.106
- Beispiele
  - http://web.mit.edu/sgraves/www/papers/Little's%20Law-Published.pdf
    - Z.B.: Wie lange liegen die Weinflaschen im Keller?
      - Der Keller ist durchschnittlich so um ⅔ voll. (~160 Flaschen)
      - Wir kaufen monatlich durchschnittlich um die 8 Flaschen.
      - Laut dem Satz von Little liegen die Flaschen $T=N/X$, also $160/8=20$ Monate im Keller.

Leistung in einem 3-Schichten-System



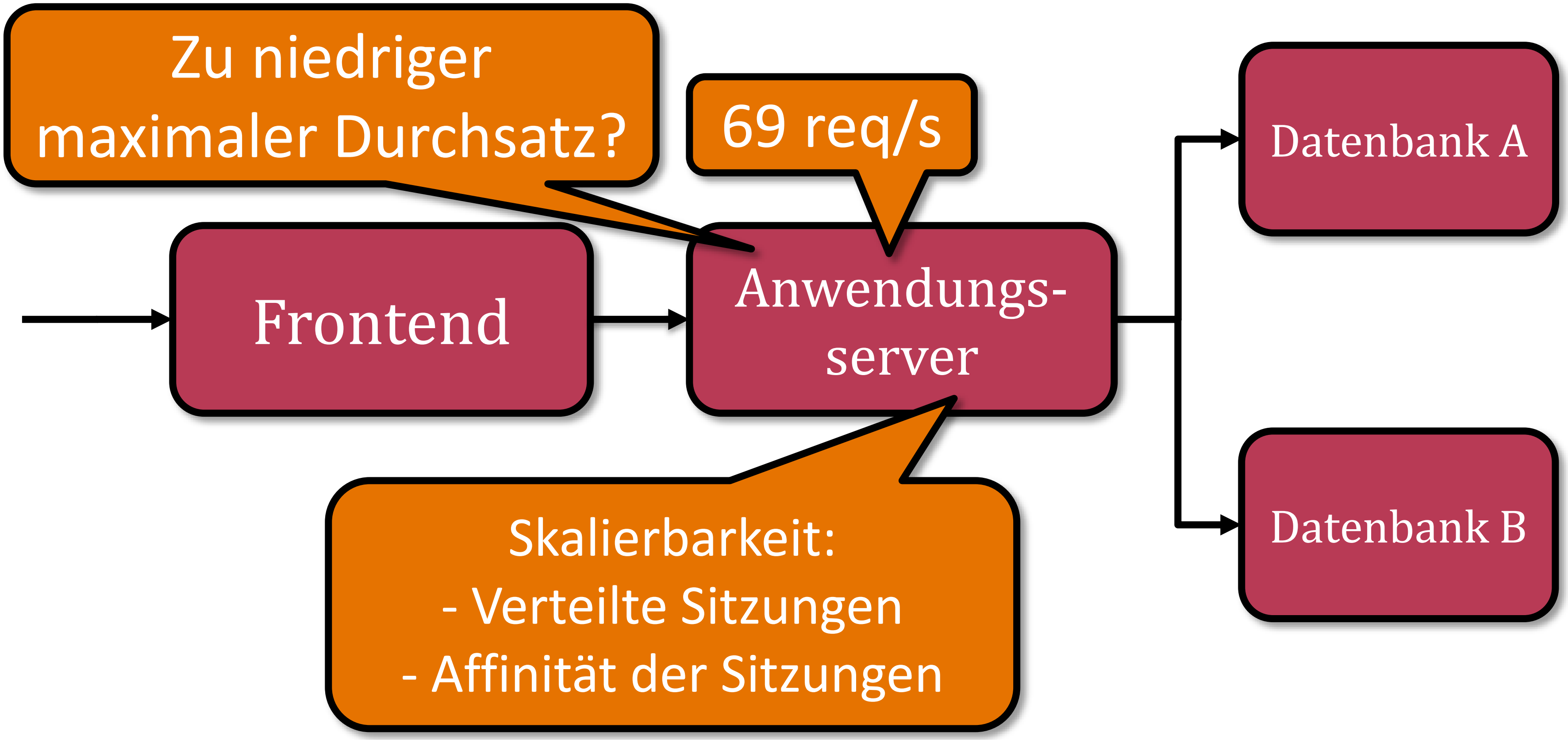
Diese Zahlen beziehen sich auf die Ankunftsrate des Gesamtsystems! Z.B. „Datenbank A” wird zum Engpass, wenn das Gesamtsystem 319 Anfragen pro Sekunde bekommt.

Leistung in einem 3-Schichten-System



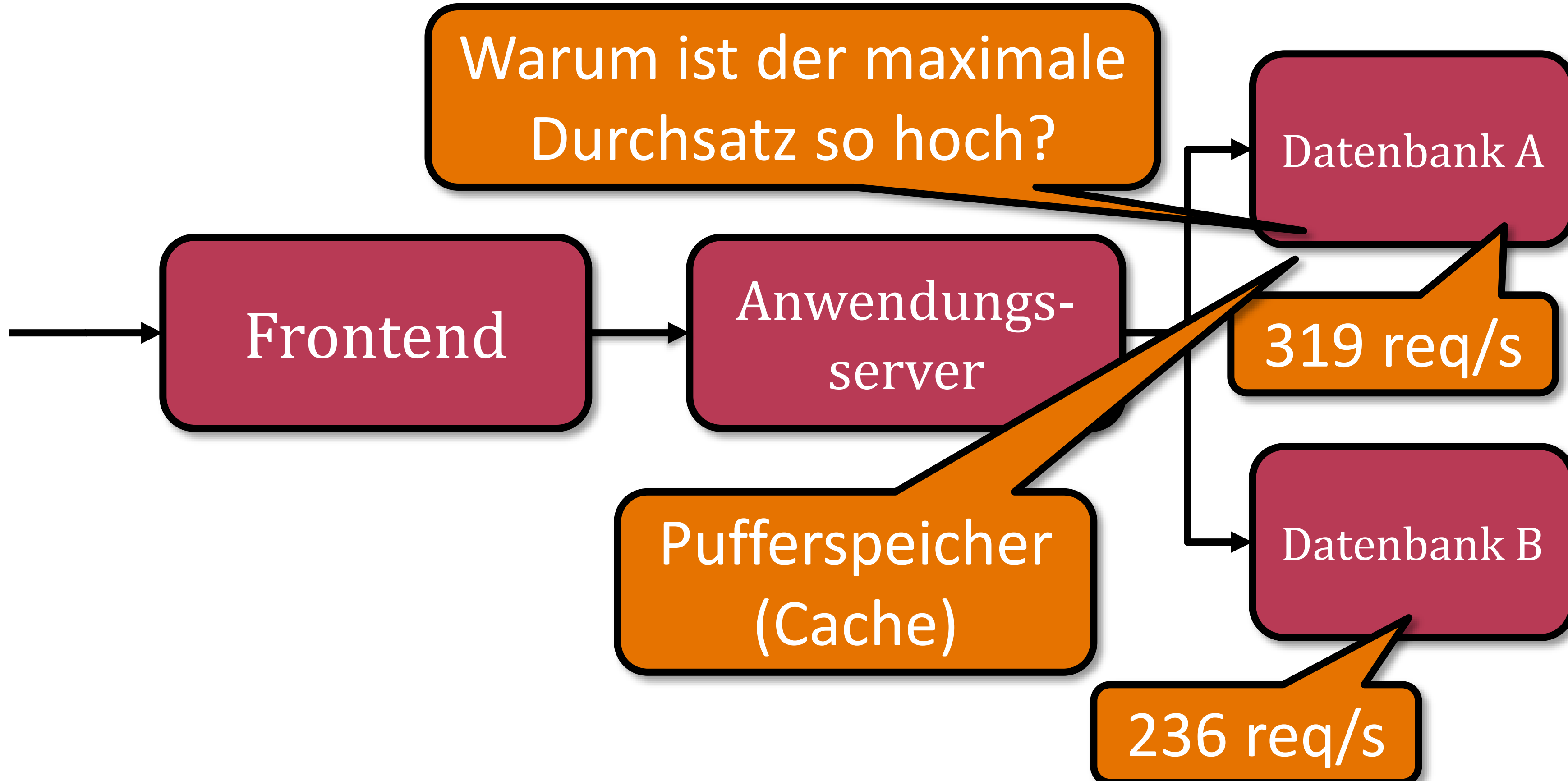
Diese Zahlen beziehen sich auf die Ankunftsrate des Gesamtsystems! Z.B. „Datenbank A” wird zum Engpass, wenn das Gesamtsystem 319 Anfragen pro Sekunde bekommt.

Leistung in einem 3-Schichten-System



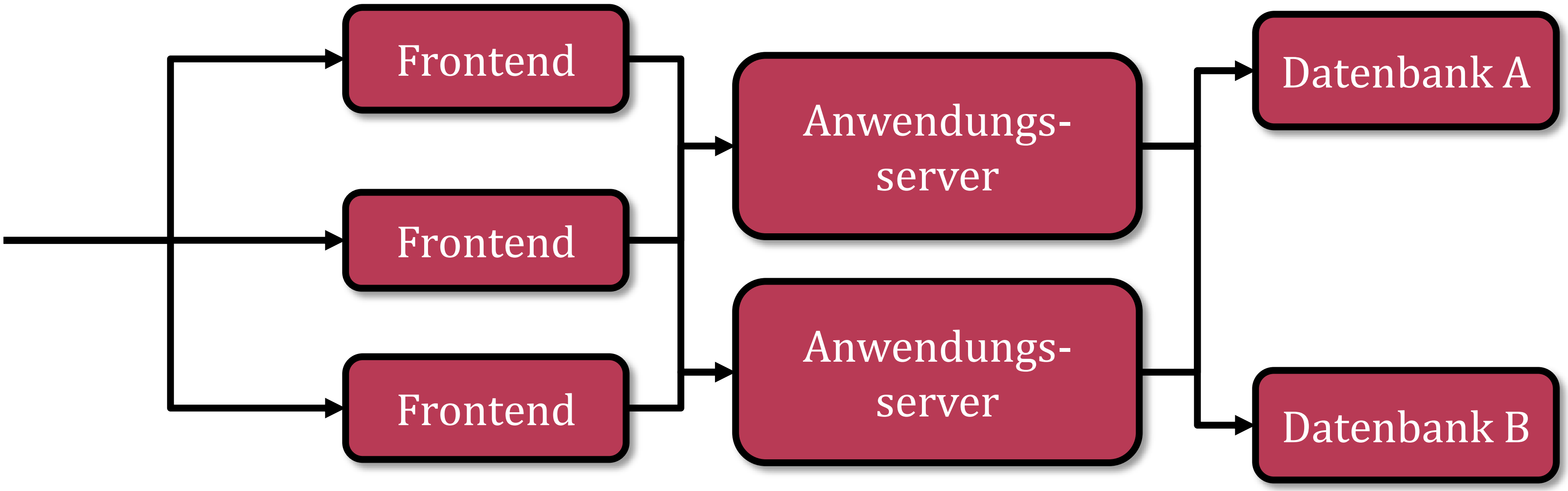
Diese Zahlen beziehen sich auf die Ankunftsrate des Gesamtsystems! Z.B. „Datenbank A” wird zum Engpass, wenn das Gesamtsystem 319 Anfragen pro Sekunde bekommt.

Leistung in einem 3-Schichten-System



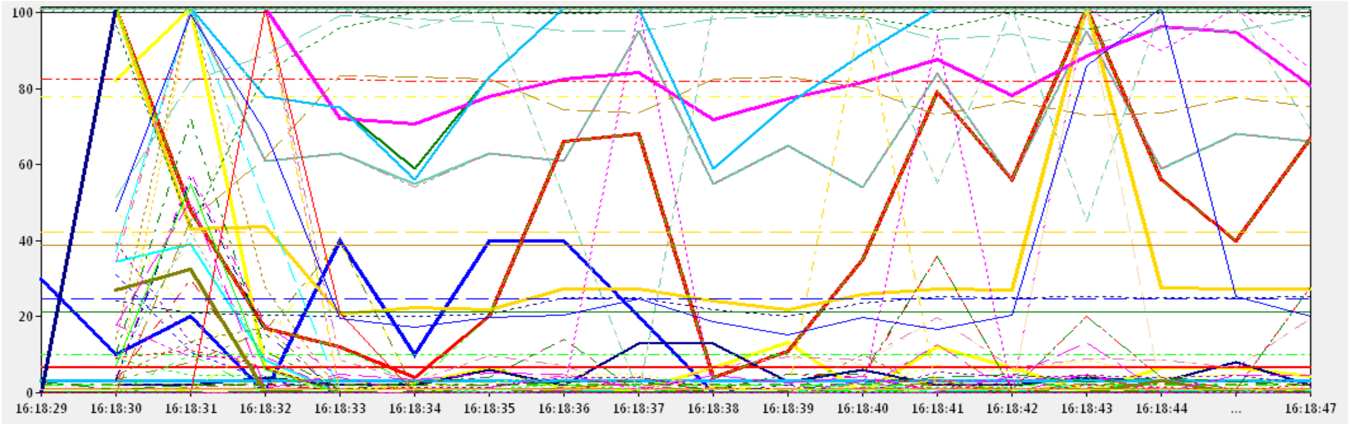
Diese Zahlen beziehen sich auf die Ankunftsrate des Gesamtsystems! Z.B. „Datenbank A" wird zum Engpass, wenn das Gesamtsystem 319 Anfragen pro Sekunde bekommt.

3-Schichten-Architektur in der Wirklichkeit



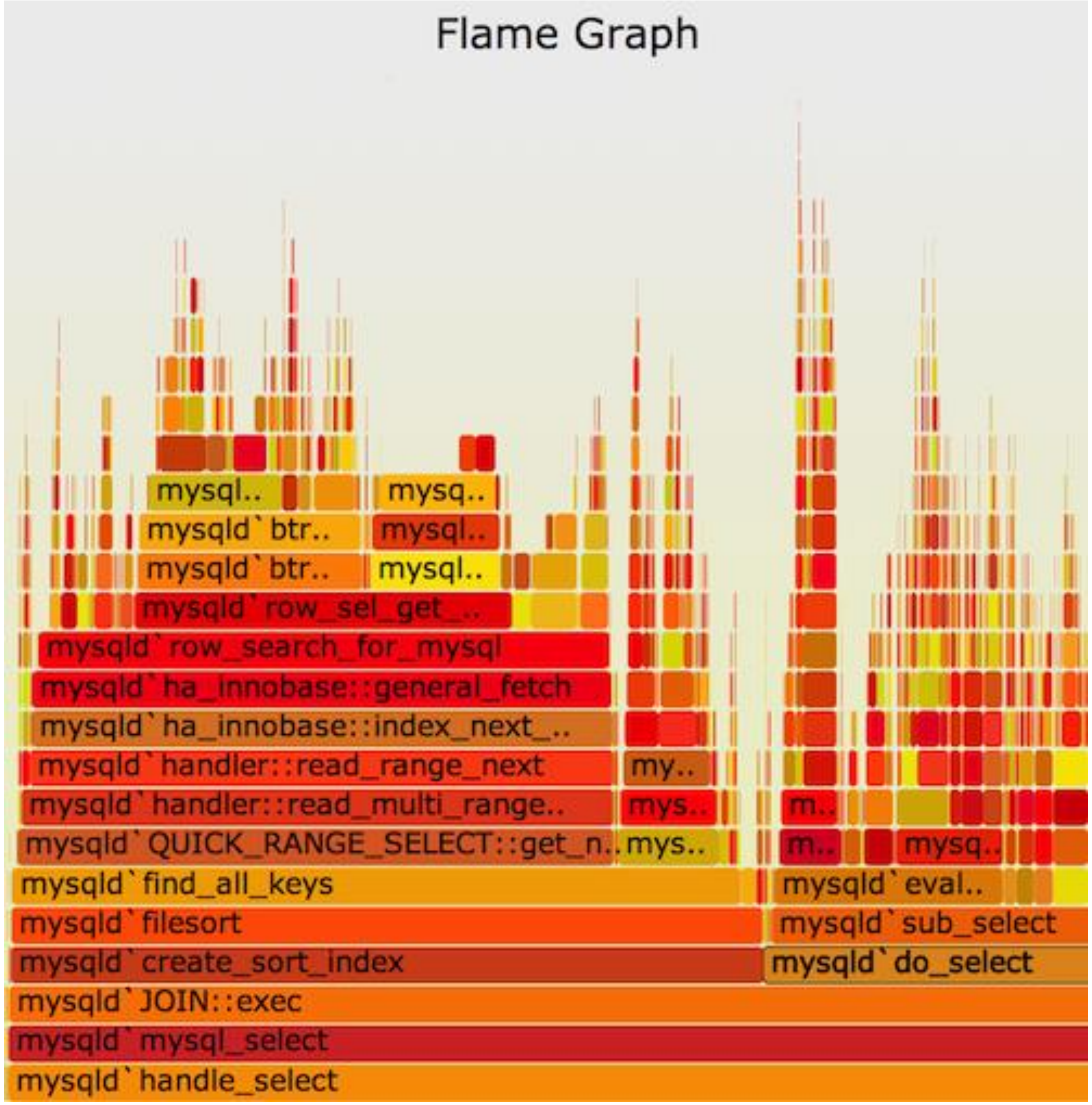
Was soll gemessen werden?

- Was ist wichtig?
- Metriken „im kleinen”
  - z.B. Task manager, Resource monitor, das gleiche auf Serverseite



- Metriken “im großen”
  - z.B. virtualisierte Infrastrukturen
- Was ist wichtig denn?

Beispiel: was wird so lange gerechnet ….?



http://www.brendangregg.com/flamegraphs.html

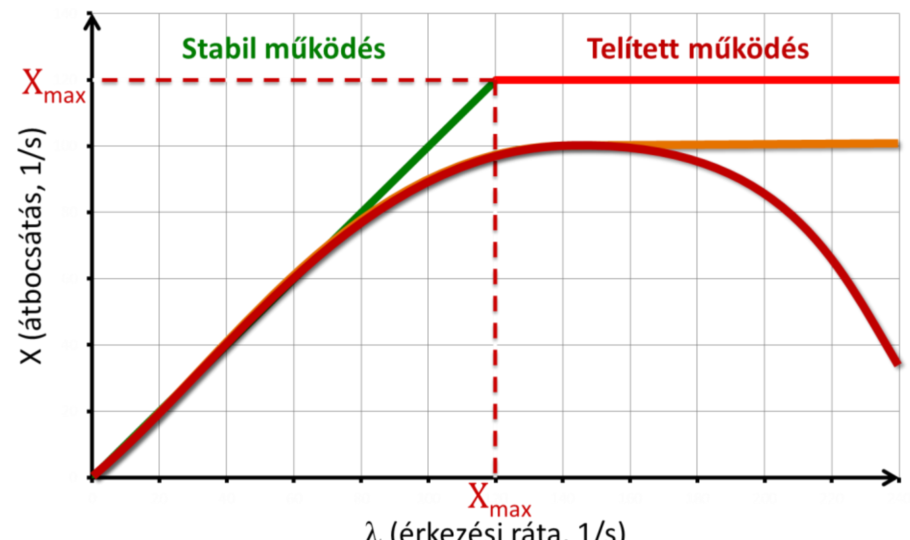
Lug und Trug

- In der Praxis sind die Werte nicht einfach zu messen
  - z.B. die Antwortzeit variiert
  - Die Ankunftsrate variiert auch
- Die Anwendungen konkurrieren
  - (2*X != X + X)
- Die Bedienzeit einer Aufgabe kann Datenabhängig sein
- Die Ressourcen sollen richtig ausgewählt werden

  → Die Lastverteilung kann kritisch sein

Lug und Trug

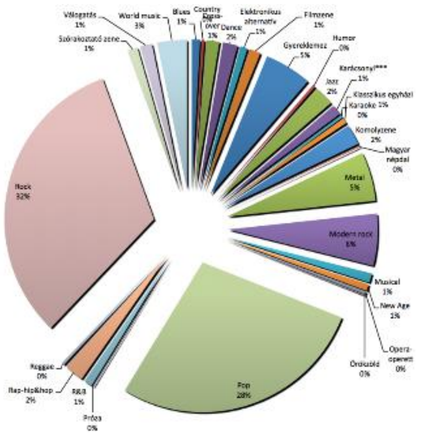
- In der Praxis sind die Werte nicht einfach zu messen
  - z.B. die Antwortzeit variiert
  - Die Ankunftsrate variiert auch
- Die Anwendungen konkurrieren
  - (2*X != X + X)



- Die Bedienzeit eine
  Datenabhängig sein
- Die Ressourcen soller
  → Die Lastverteilung ka

LASTMODELLE: DER SATZ VON ZIPF

Was ist der Inhalt der Anfragen?



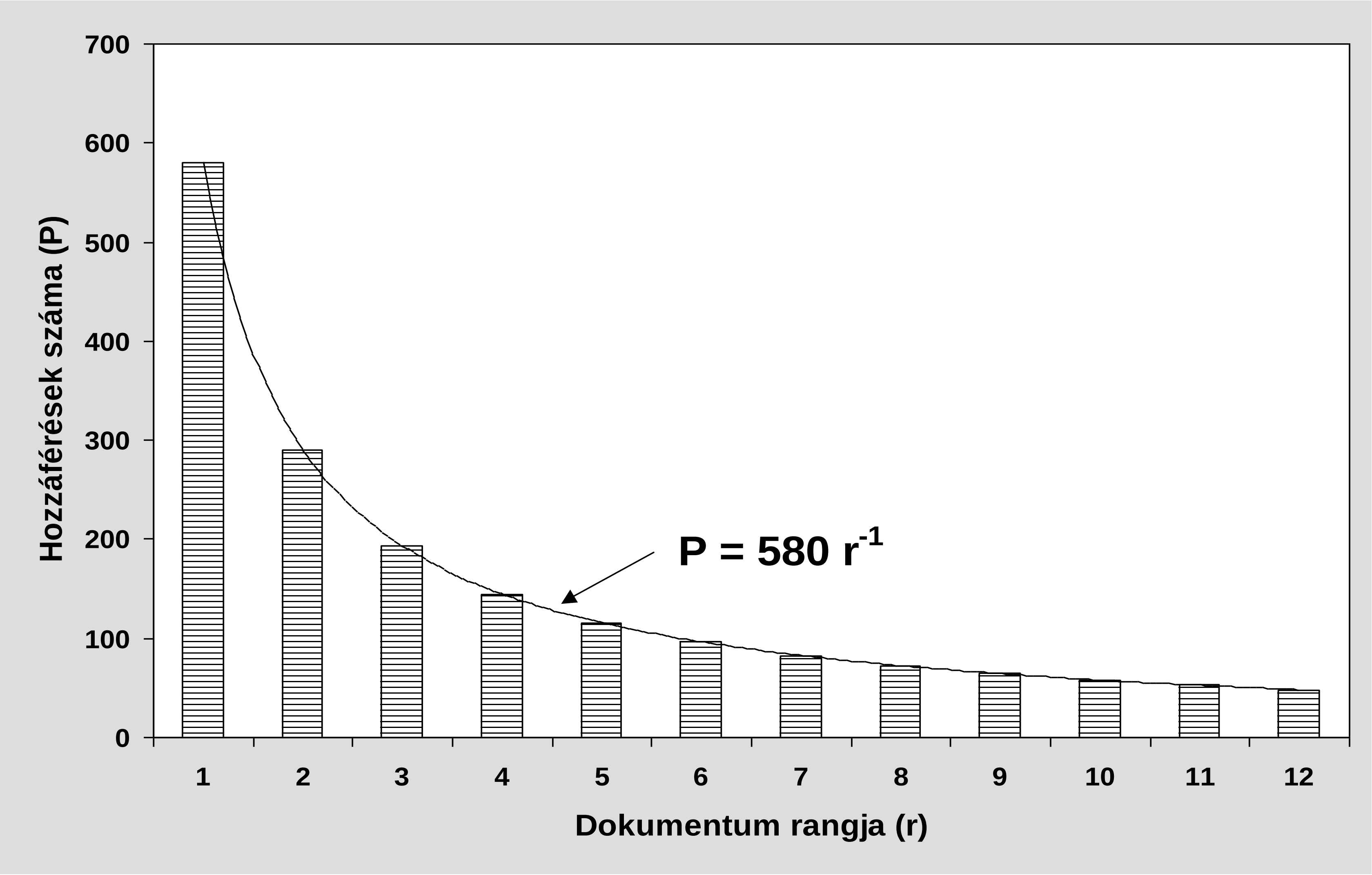
- Bisher: die Anfragen sind gleich
  - „Anfrage der Daten eines Buches”
- Eigentlich: die Anfragen haben Inhalt
  - „Anfrage der Daten des *Joseph und seine Brüder*”
  - siehe Pareto-Prinzip (Operationssysteme, Datenbanken, …)
  - Die (Mehrheit der) Anfragen beziehen sich auf ein (kleines) Teil der Daten (80% – 20%)
- Wichtig, weil …
  - Technische Auswirkungen
    - Cache, pool size, statischer Speicher, …
  - Betrifft das Systemmodell auch
    - Häufige Anfragen werden getrennt behandelt

Der Satz von Zipf

- Ursprünglich: Auftrittshäufigkeit von Wörter in *Korpustexten* weist eine markante Verteilung auf
    - Es stellte sich heraus, dass es nicht nur für sprachgebundene Texte gilt
    - Anwendungen in mehreren Wissenschaftsgebieten

George Kingsley Zipf
(1902–1950)
US-amerikanischer
Linguist

Der Satz von Zipf – Beispiele



Der Satz von Zipf – Beispiele

- Hitlisten
- Einwohneranzahl von Städten nach ihrer Rangfolge
- Charakteristik des Internet-Verkehrs
- Beliebtheit von Unterseiten von Webseiten
- Die Entwicklung der open source OS

- (im Allgemeinen: Potenzgesetz)

Der Satz von Zipf – Die Formel

$$R_i \sim \frac{1}{i^\alpha} \qquad f \sim \frac{1}{p}$$

- R_i – Häufigkeit des i. Wortes
  - i=1 für das häufigste Wort
  - i=2 für das zweithäufigste
  - …
- α – korpusspezifischer Wert
  - in der Nähe von 1
- Vereinfachung (α = 1):
  - f (frequency): Auftrittshäufigkeit
  - p (popularity): Rang des Textes (in fallender Reihenfolge)

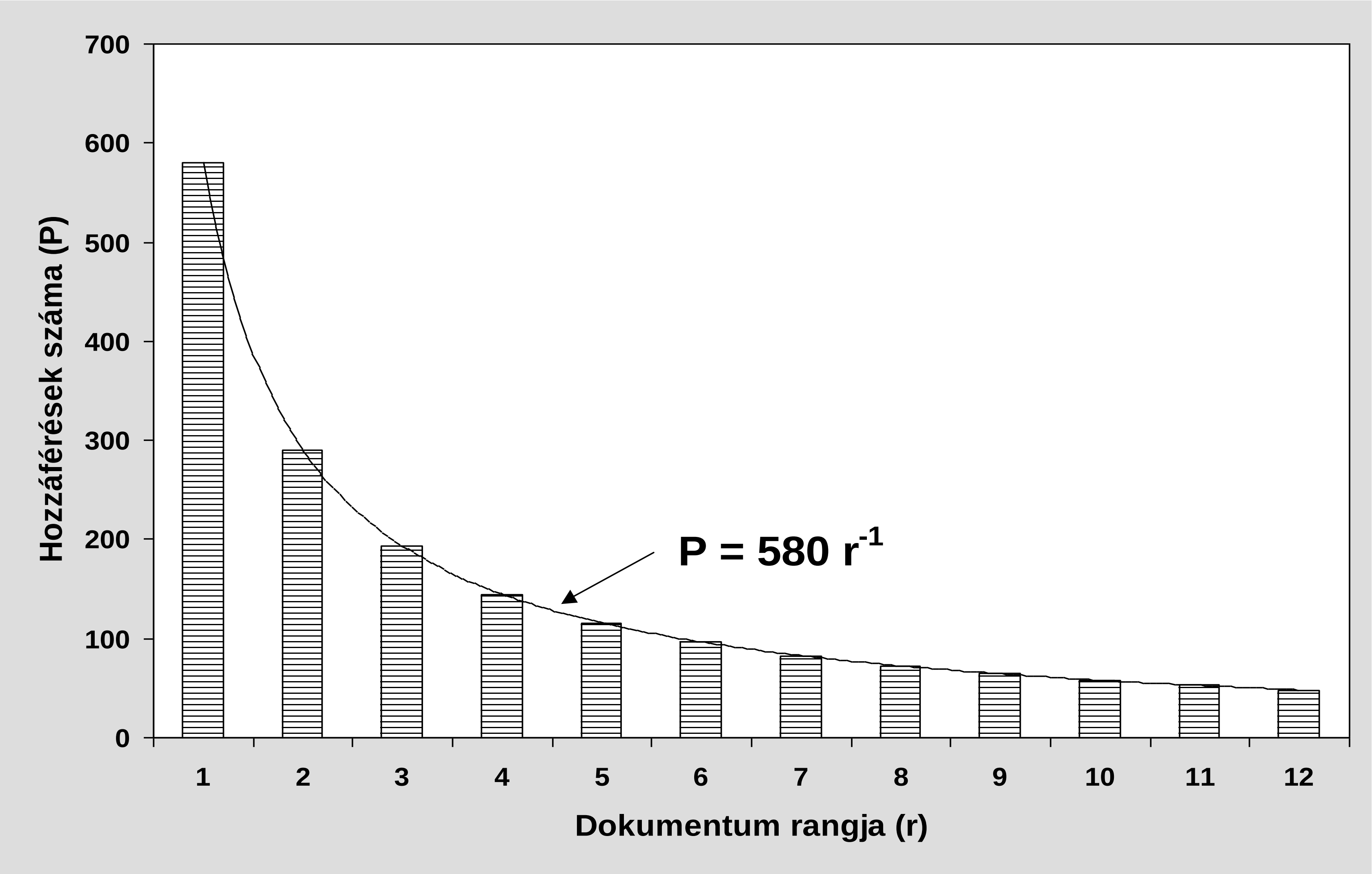
Der Satz von Zipf – für Webdokumente

$$P = \frac{k}{r}$$

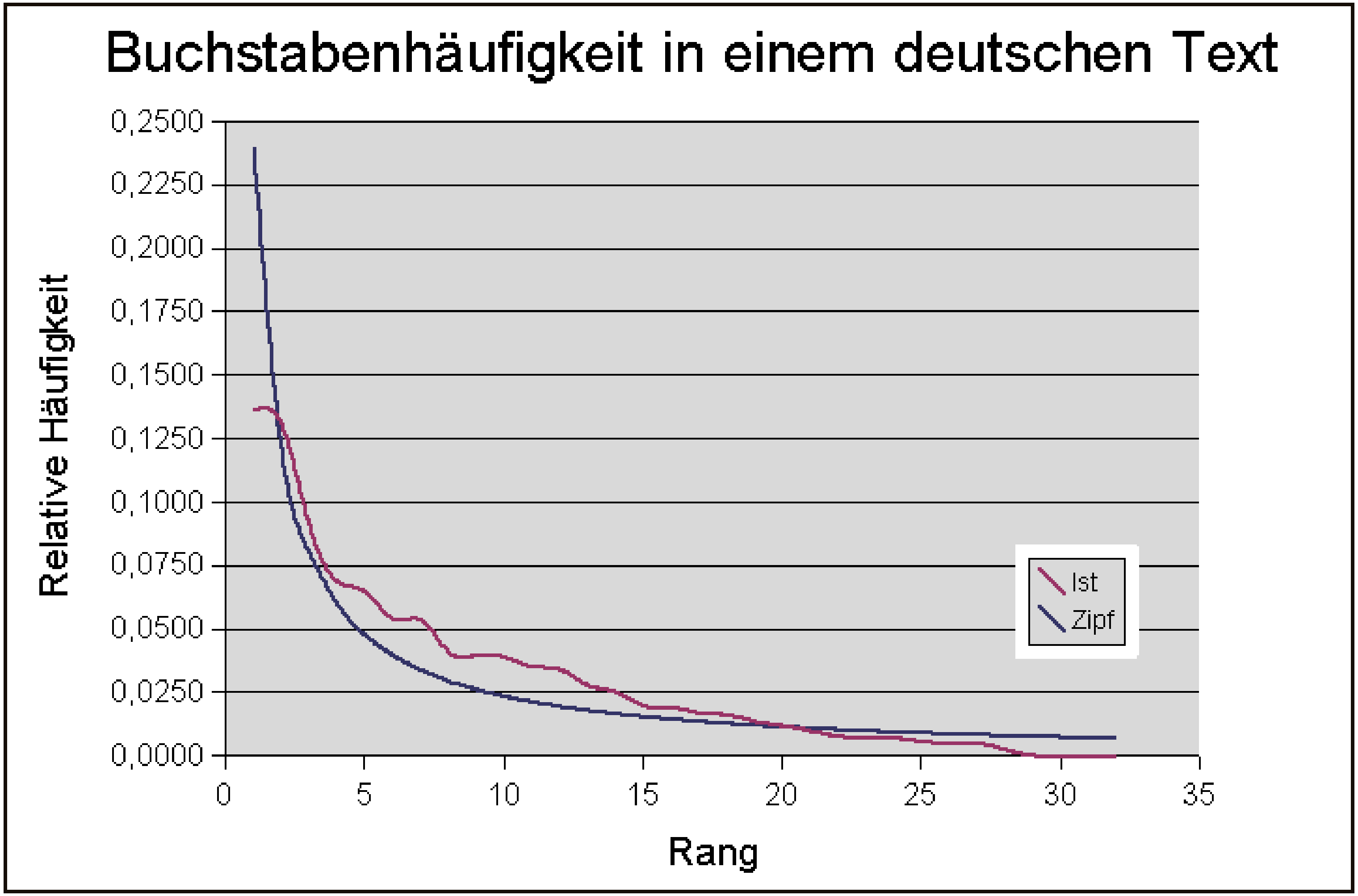
- P – Referenzen (Zugriffe)
- r – Rang (1 = häufigste)
- k – positive Konstante

Mehr dazu: http://www.hpl.hp.com/research/idl/papers/ranking/adamicglottometrics.pdf

Zipf – Beispiel



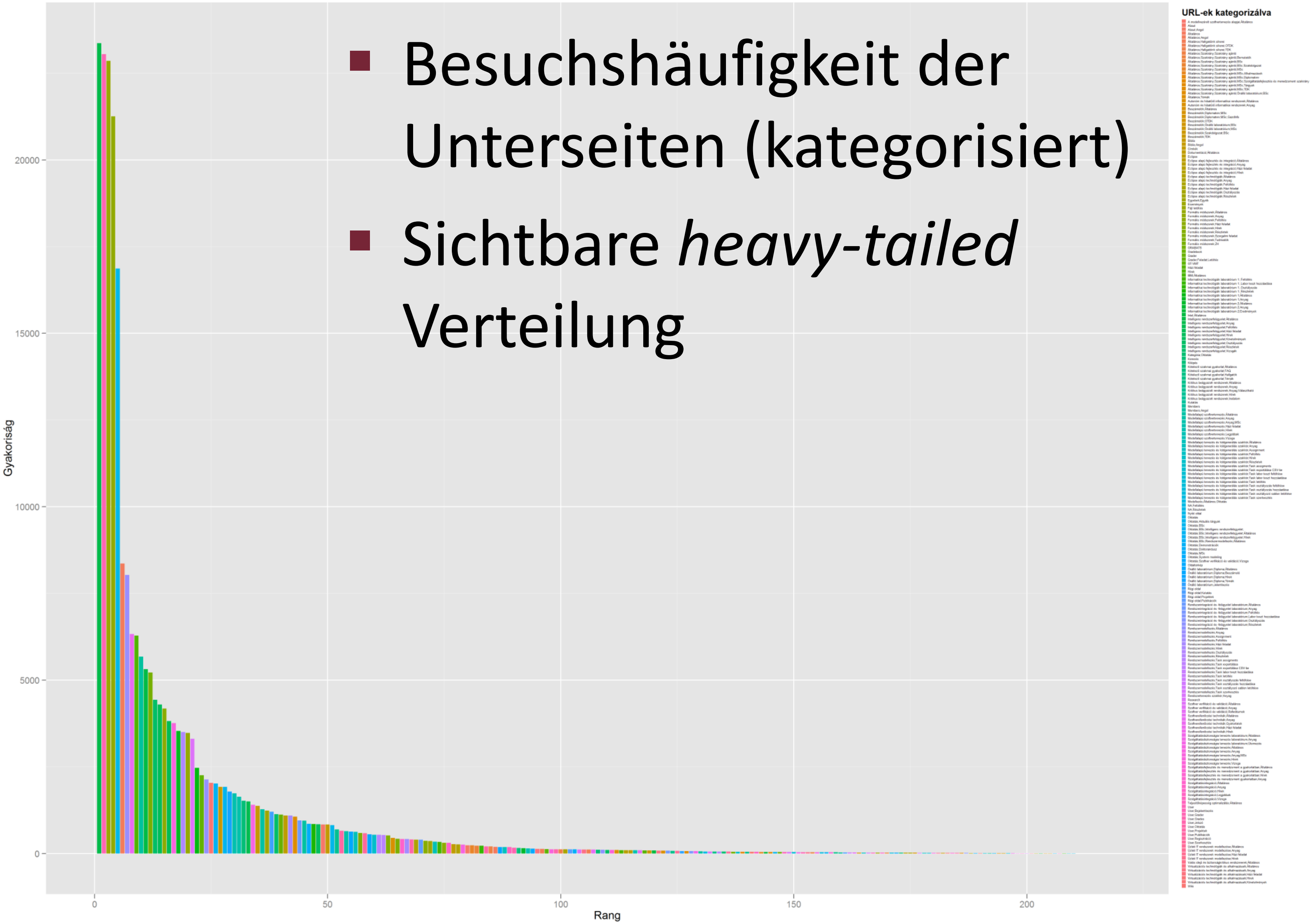
Zipf – Beispiel



https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/53/Zipf-Verteilung-Buchstaben.png

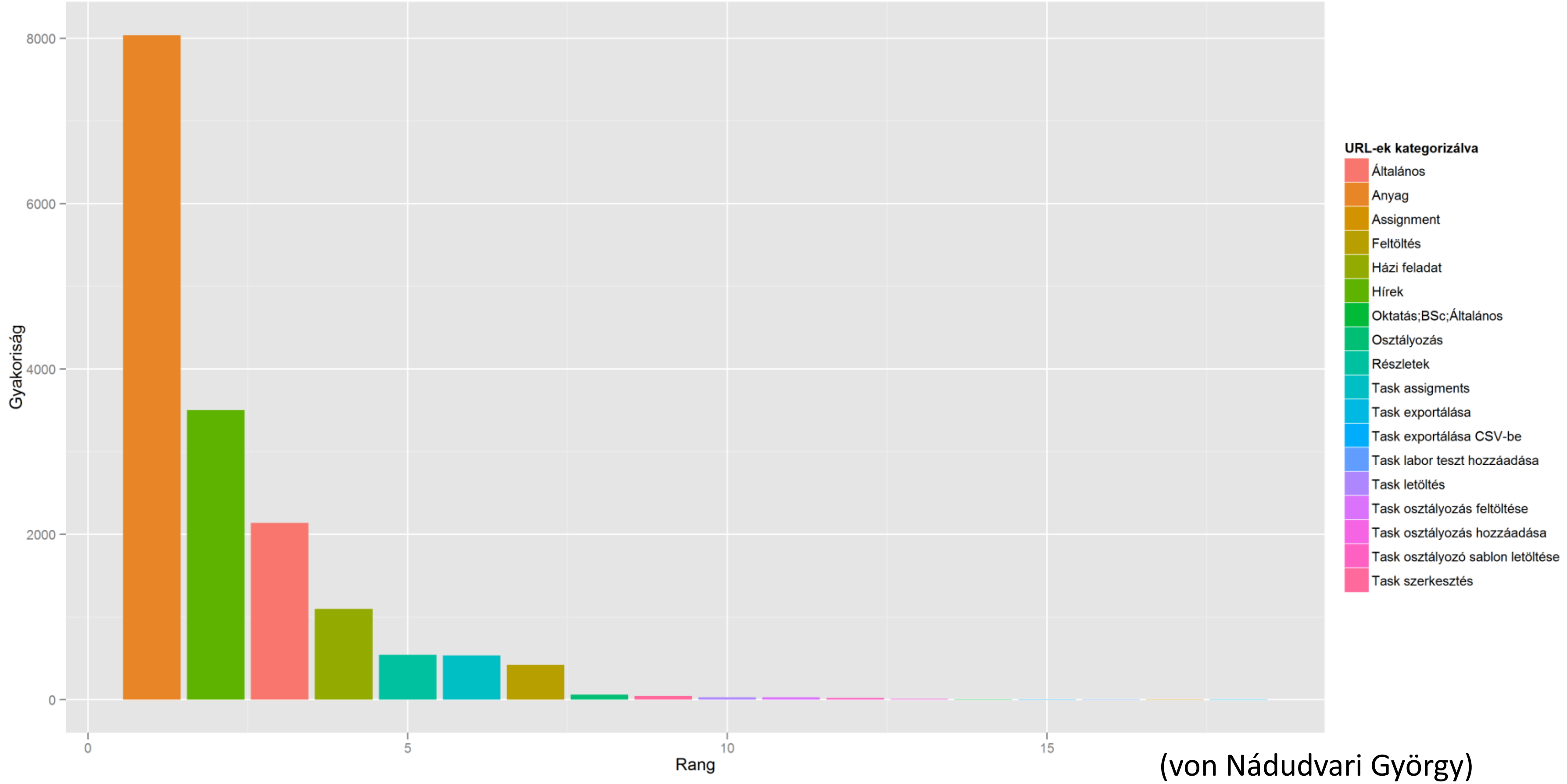
Zipf – Beispiel: Gruppenwebseite

- Besuchshäufigkeit der Unterseiten (kategorisiert)
- Sichtbare *heavy-tailed* Verteilung



Zipf – Beispiel: Gruppenwebseite

- Besuchshäufigkeit der Seiten der LVA Systemmodellierung



(von Nádudvari György)

Besichtigunszahl

Der Satz von Little

Der Satz von Zipf

Änderungen der Last

ÄNDERUNGEN DER LAST

Charakteristiken der Last

- Bisher:
  - Mit Durchschnittswerte gerechnet
  - Das Verhalten des Systems wurde in Abhängigkeit von der *Last(intensität)* betrachtet
  - Die Last nimmt oft nicht (unbedingt) absehbar zu
- In der Wirklichkeit:
  - Das Verhalten des Systems ändert sich *mit der Zeit*
  - Das hat auch technische Folgen
    - Wechseln zwischen den Tasks, Ressourcenreservierung, etc. (z.B. Operationssysteme)

Änderungen der Last – Beispiel

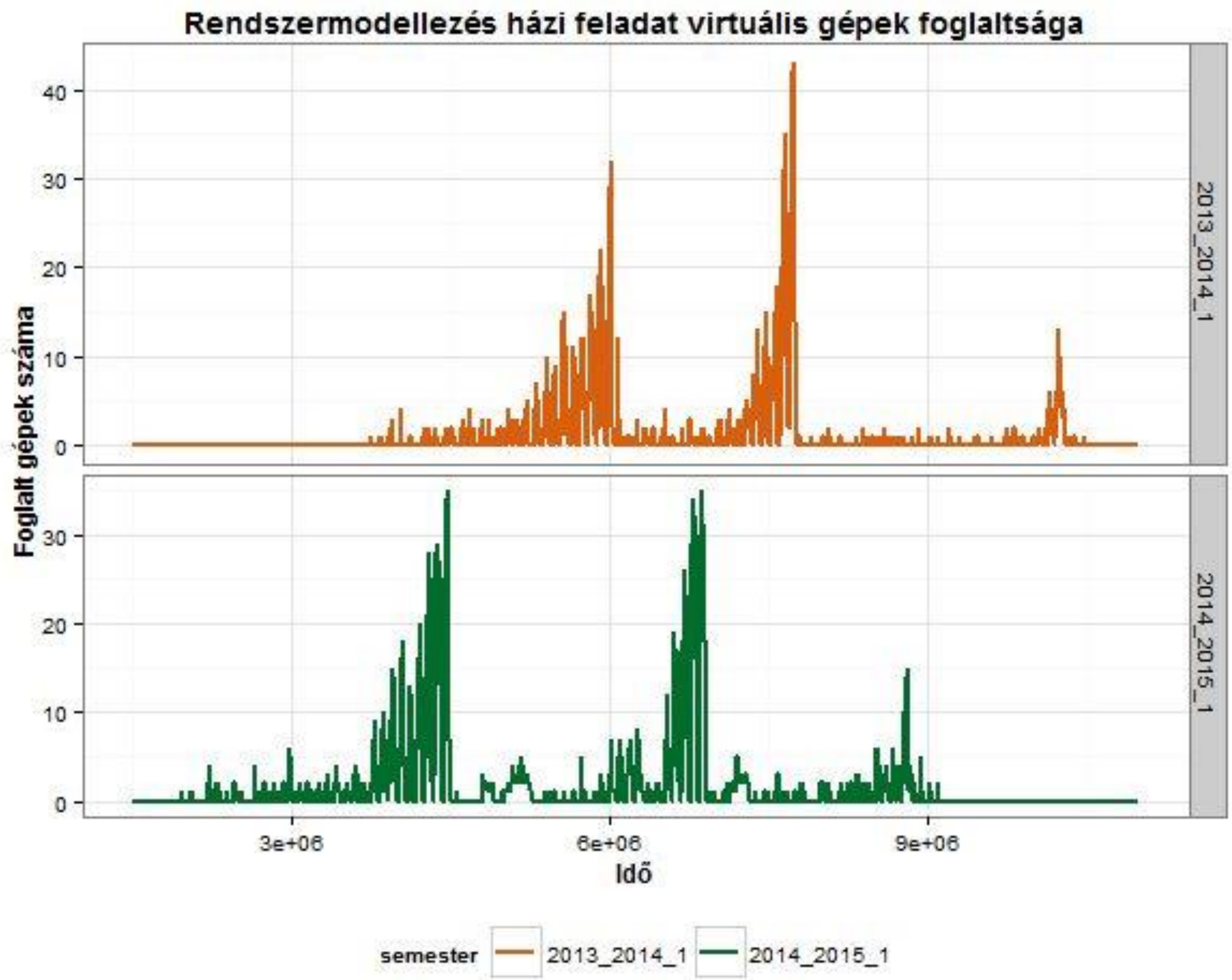
- Dimensionierung des Systems für die Erstellung der (damals) neuen Personalausweise
  - Es ist abschätzbar, wie viele neue Ausweise werden pro Jahr beantragt.
  - Es ist abschätzbar, wie viele Stunden gibt es in einem Jahr.

    → Wir haben einen Wert [Antrag/Stunde]

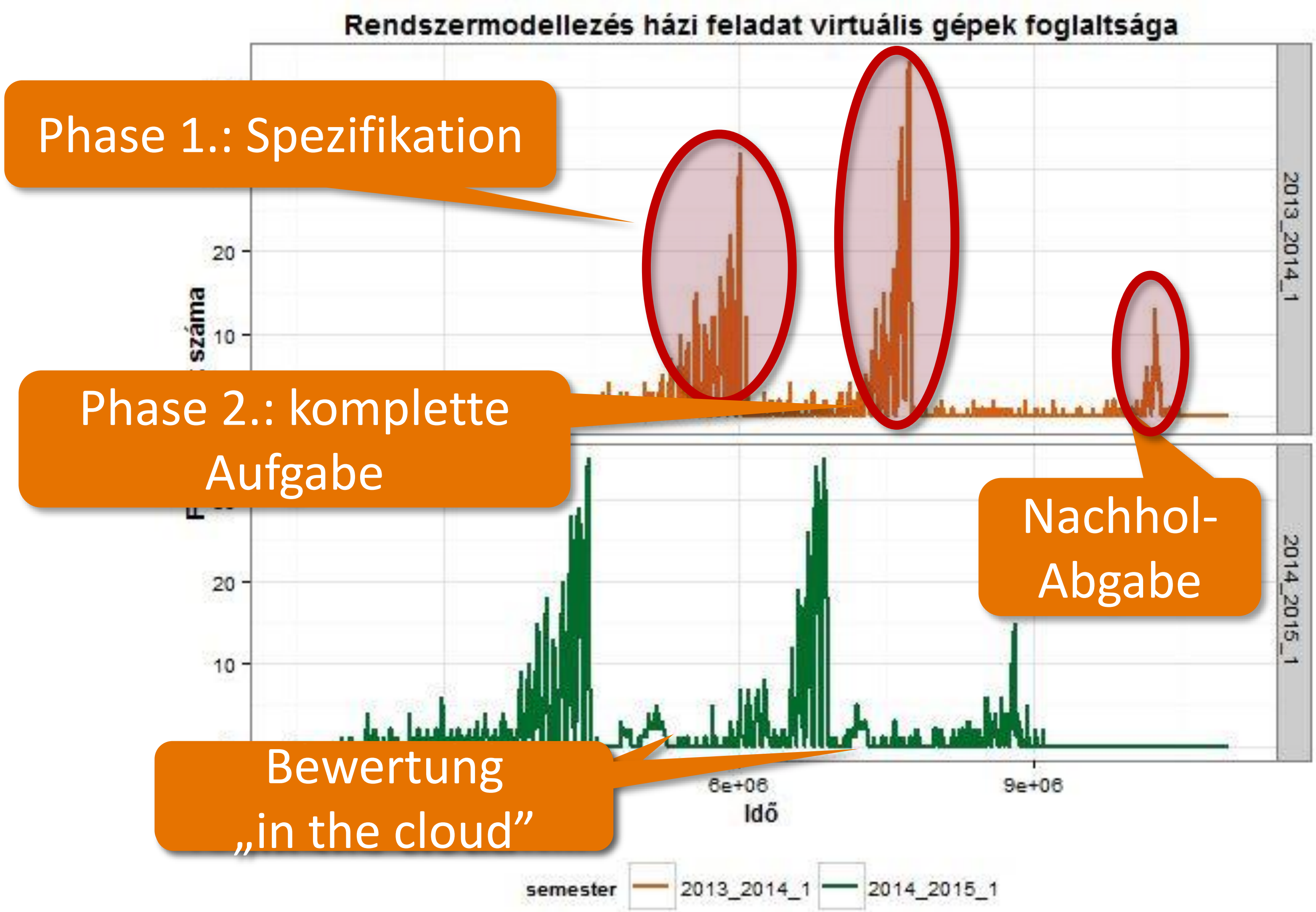
    Kann der als Basis für die Dimensionierung dienen?

- Nehmen wir zwei verschiedene Stunden
  1. 24. Dezember 22-23 Uhr
  2. 15. Juni 16-17 Uhr (Ende des Werktages vor der Haupturlaubszeit)

Systemmodellierung (7. Semester) – in the cloud



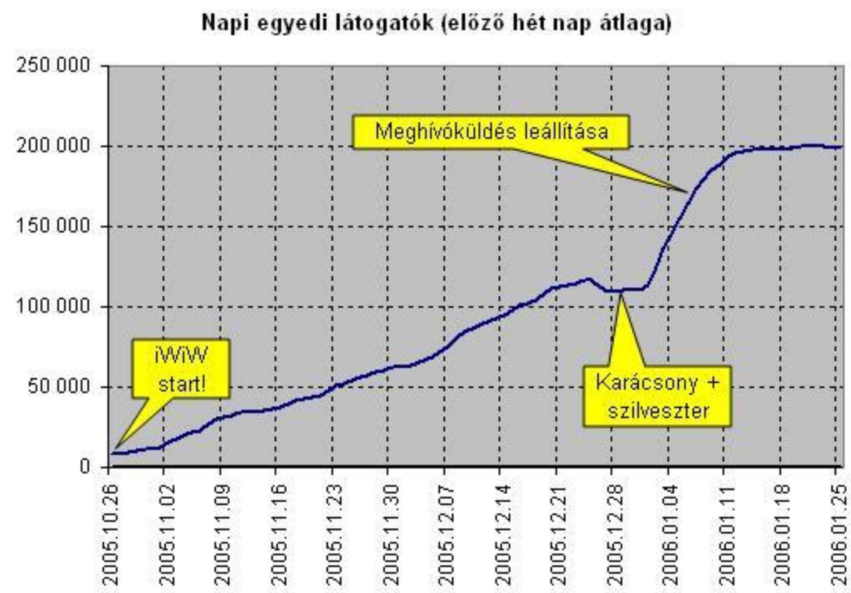
Systemmodellierung (7. Semester) – in the cloud



Echte (geschichtliche) Lastdaten (iwiw)

Eine eigene Schätzfunktion für jeden Abschnitt

- Lineare, exponentielle, logarithmisch, …
- Regression, mehr dazu in LVA Wahrscheinlichkeitsrechnung



Forrás: http://www.sg.hu/cikkek/42924/