

Ekvivalencia ellenőrzés

Majzik István

BME Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék

Motiváció

- **Megfelelőség (ekvivalencia) modellek között:**
 - Példák:
 - Specifikáció (absztrakt) ↔ Megvalósítás (konkrét, részletes)
 - Elvárt viselkedés ↔ Nyújtott viselkedés (pl. protokoll)
 - Ideális rendszer ↔ Hibatűrő rendszer adott hibák* esetén
- * Ezek a tolerálandó hibák!
- **Finomítás (rendezés) modellek között:**
 - Példák:
 - Viselkedés bővül (nem ekvivalens)
 - Lehetséges nondeterminizmus csökken
 - Lehetséges holtpontok száma csökken

Relációk csoportosítása

- Ekvivalencia reláció (equivalence) =
 - Reflexív, tranzitív, szimmetrikusKongruencia reláció (congruence)
 - Ha $T1=T2$, akkor minden $C[]$ környezetre $C[T1]=C[T2]$
 - Azonos kiterjesztés megőrzi az ekvivalenciát
 - Nyelvfüggő: $C[]$ beillesztés hogyan történik
- Finomítási (rendezési) reláció (preorder) \leq
 - Reflexív, tranzitív, antiszimmetrikusPrekongruencia reláció (precongruence) \leq
 - Ha $T1 \leq T2$, akkor minden $C[]$ környezetre $C[T1] \leq C[T2]$
 - A beágyazás megőrzi a relációt

Formalizmusok

- Ekvivalencia és finomítási relációk modellje:
LTS (Labeled Transition System)

$$LTS = (S, Act, \rightarrow)$$

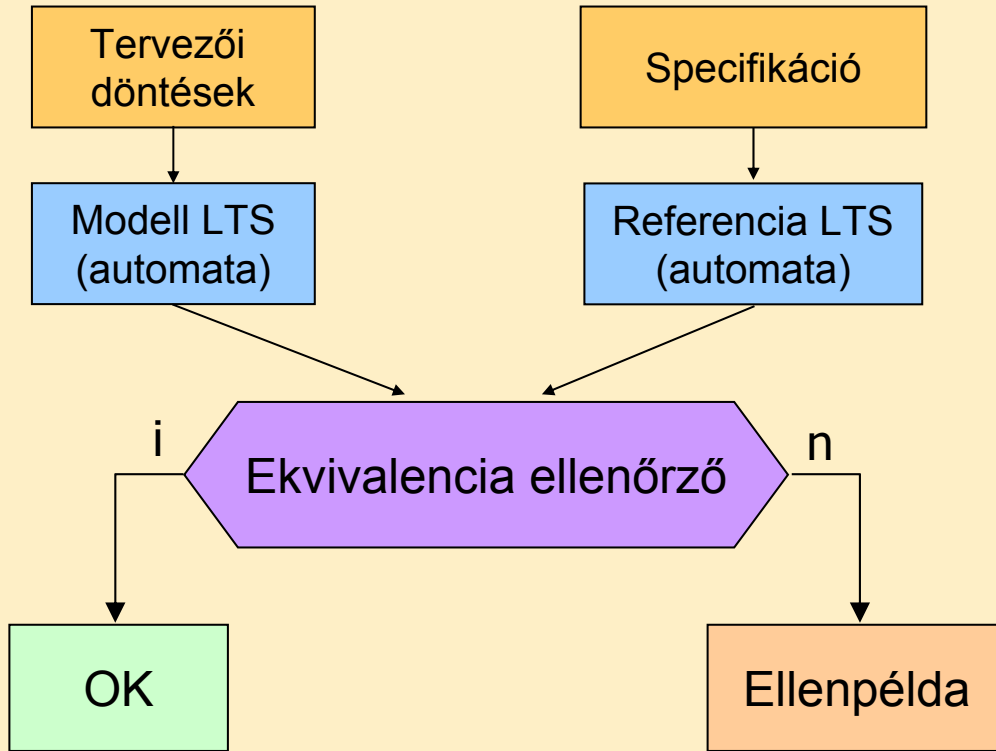
S az állapotok halmaza

Act az akciók halmaza

$\rightarrow \subseteq S \times Act \times S$ az állapotátmeneti reláció

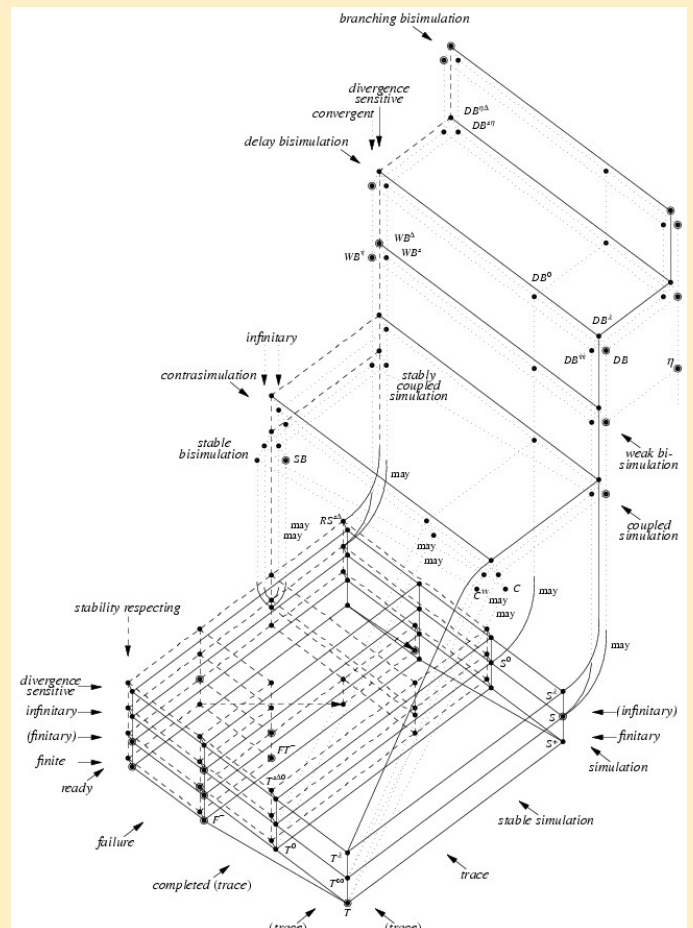
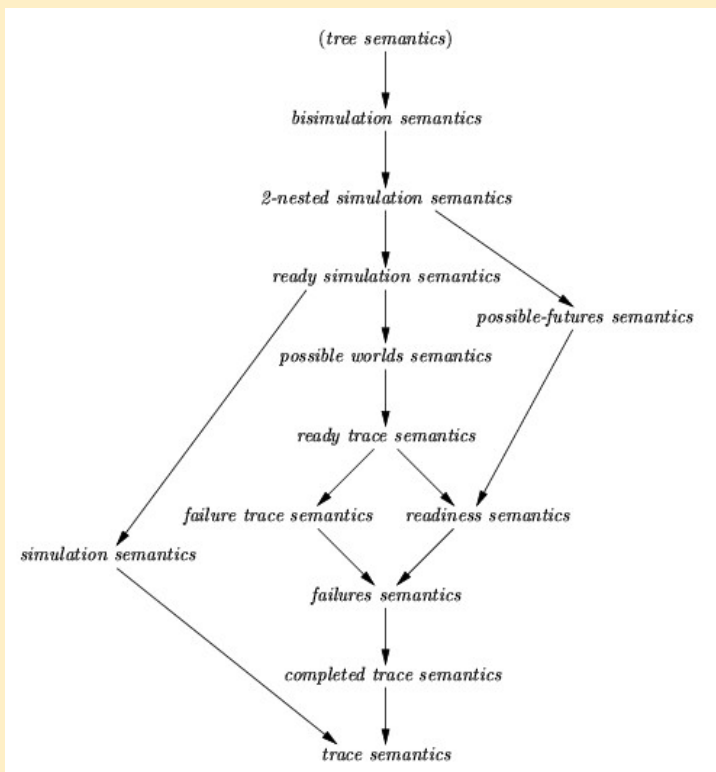
- LTS-ek magasabb rendű formalizmusokból (műveleti szemantikával) származhatnak
 - Processz algebra, Petri-háló, állapotterkép, ...

Ekvivalencia ellenőrzés



Relációk: Miért van ennyiféle?

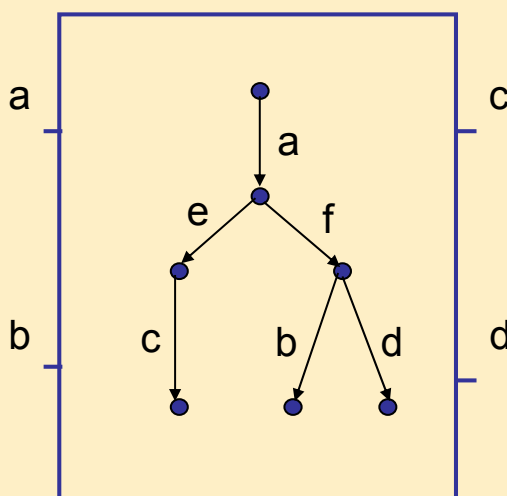
Relációk hierarchiája:



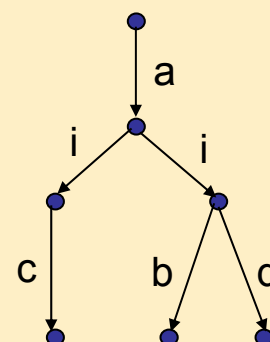
Befolyásoló tulajdonságok

- Az akciók megfigyelhetősége:
 - **Megfigyelhető akciók:** A vizsgált komponens (modul) interfészén megjelenő, a környezet számára érdekes („releváns”) viselkedés
 - Pl. metódus hívása, hívás fogadása; üzenet küldése, fogadása
 - **Nem megfigyelhető (belső) akciók:** Az interfészen nem megjelenő, vagy a környezet számára közvetlenül nem érdekes viselkedés
 - Pl. belső vagy figyelmen kívül hagyható hívások, üzenetek
 - *Hatása* észlelhető a rákövetkező akciókon keresztül
 - Jelölése: i , vagy τ
- Nemdeterminizmus:
 - Egy állapotból több, azonosan címkézett átmenet
 - De „image finite system”: ezek száma véges
 - Absztrakt modellekben szokásos, finomítás során eltűnik
- Konkurens modellek szemantikája:
 - Átlapolódás (interleaving)
 - Valódi konkurencia (true concurrency)

Belső akciók (példa)



Komponens
belső viselkedés



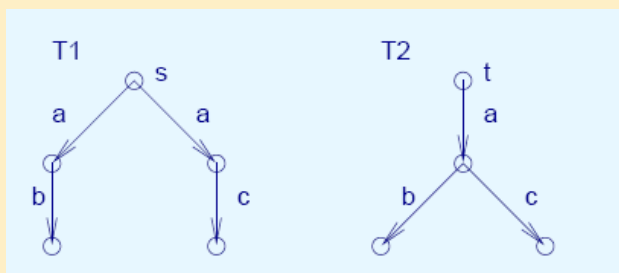
Megfigyelhető
viselkedés

„Tesztelés” és „holtpont” (deadlock) értelmezése

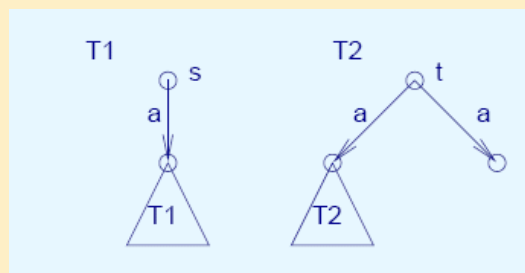
- Tesztelés értelmezése LTS-eken:
 - Rendszer mint fekete doboz, interfésszel (portok)
 - **Interakció** a környezettel:
Szinkron kommunikáció egy-egy porton keresztül
 - Üzenet küldése és fogadása
 - Esemény és annak feldolgozása
- Deadlock (holtpont) értelmezése a tesztelésben:
 - A környezet egy interakciót indít, de arra a rendszer **nem reagál** (interakció nem jön létre)
 - Üzenet küldése vagy fogadása nem történik meg
 - Eseményre nincs reakció
 - Teszt „**hibázik**”: A kívánt interakció nem lehetséges
 - Analógia: Zongora reteszelt billentyűvel
 - Sikeres teszt: Lejátszható dallam

Példák a holtpont értelmezésére

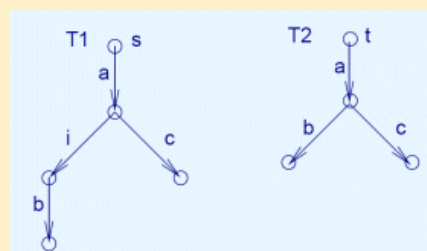
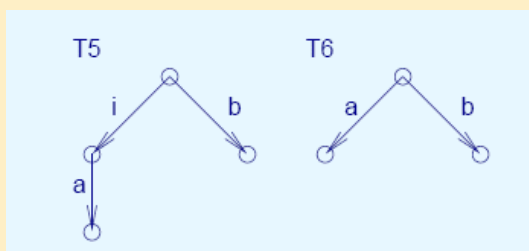
- T1 és T2 ekvivalenciája:



„Rekurzív” modell:



- Belső akció szerepe:



Ekvivalencia relációk

I. Trace ekvivalencia: Jelölések

- Minta: Automaták

$$A_1 = A_2 \text{ ha } L(A_1) = L(A_2)$$

- LTS-ek esetén:

- Minden állapot elfogadó állapot
- „Nyelv”: Minden akciószekvencia (trace)

- Jelölések:

$\alpha = a_1 a_2 a_3 a_4 \dots a_n \in Act^*$ véges akciószekvencia (ε az üres)

$s \xrightarrow{\alpha} s'$ ha $\exists s_0 s_1 \dots s_n$ állapotsorozat ahol $s_0 = s$, $s_n = s'$, $s_i \xrightarrow{a_{i+1}} s_{i+1}$

$\alpha(s)$ egy erős trace s-ből, ha $\exists s' : s \xrightarrow{\alpha} s'$

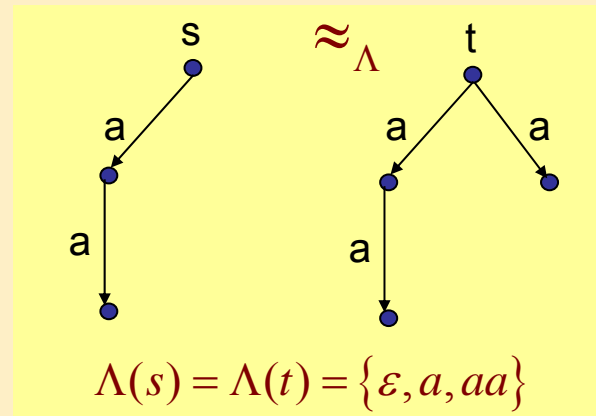
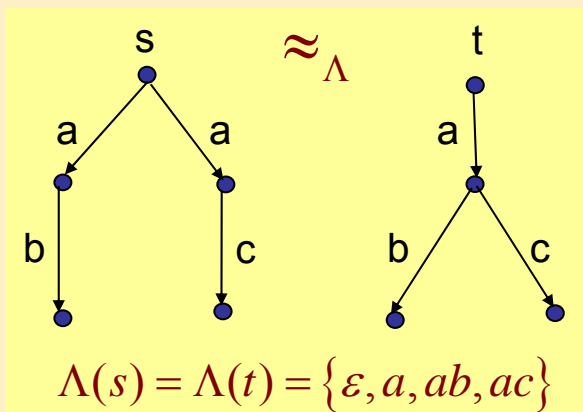
$\Lambda(s)$ legyen s erős trace-einek halmaza: $\Lambda(s) = \left\{ \alpha \mid \exists s' : s \xrightarrow{\alpha} s' \right\}$

I. Trace ekvivalencia: Definíció és példák

- Legyen T_1 és T_2 két LTS, s_1 és s_2 kezdőállapottal
- Definíció:

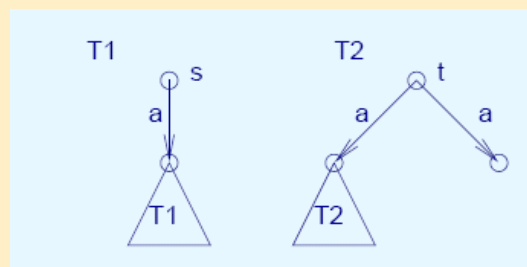
$$T_1 \approx_{\Lambda} T_2 \text{ a.cs.a. } \Lambda(s_1) = \Lambda(s_2)$$

- Példák:



I. Trace ekvivalencia: Problémák

- Problémák:
 - Azonos trace-ek, de különböző állapotokon keresztül
 - Más-más deadlock viselkedés ekvivalens LTS-ekre
 - Ok pl. a nondeterminizmus



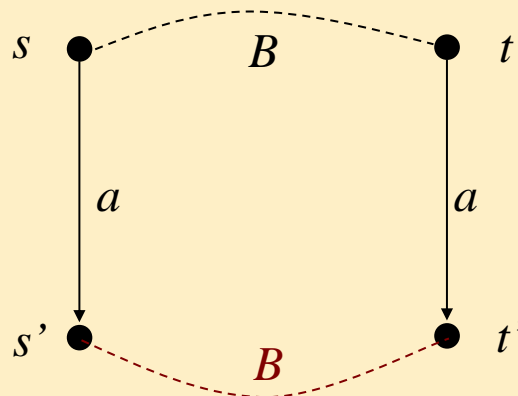
- Megoldás:
 - (Rekurzív) ekvivalencia relációk, amelyek előírják ekvivalens állapotok bejárását

II. Erős biszimuláció ekvivalencia: Definíció

- Definíció:

$B \subseteq S \times S$ biszimuláció, ha minden $(s, t) \in B$ és bármely $a \in Act$, $s' \in S$ esetén fennáll:

- ha $s \xrightarrow{a} s'$ akkor $\exists t' : t \xrightarrow{a} t'$ és $(s', t') \in B$
- ha $t \xrightarrow{a} t'$ akkor $\exists s' : s \xrightarrow{a} s'$ és $(s', t') \in B$



II. Erős biszimuláció ekvivalencia: Tulajdonságok

- Erős biszimuláció ekvivalencia:

$T_1 \sim T_2$ a.cs.a. $s_1 \sim s_2$ azaz $\exists B : (s_1, s_2) \in B$

- Intuitív: Egymás viselkedését „szimulálják”

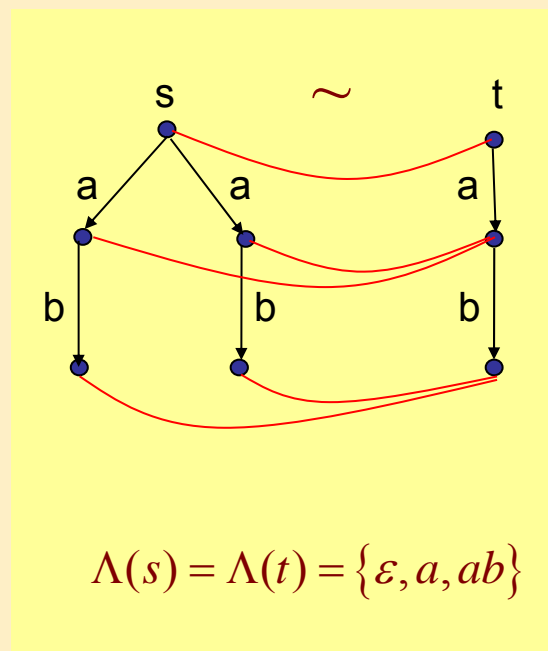
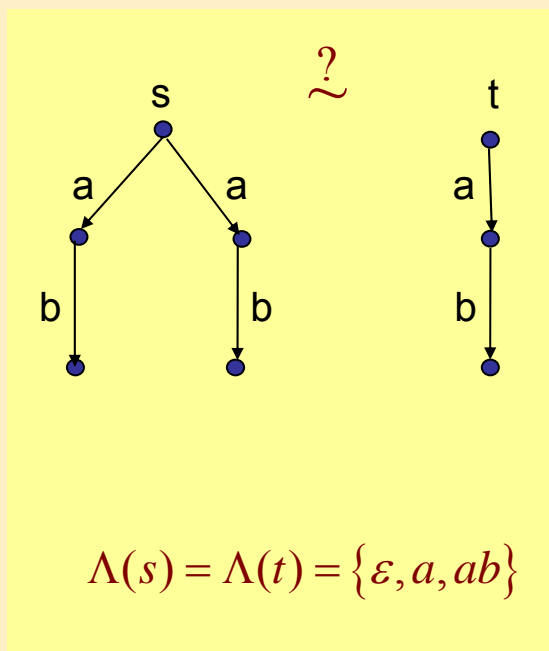
- Ekvivalens állapotokban illeszkedő átmenetek
- Azonos akciószekvenciák ekvivalens állapotokon át

- Kedvező tulajdonságok:

- Erős biszimuláció következménye a trace ekvivalencia (determinisztikus LTS-re egybeesnek)
- **Kongruencia** CCS LTS-ekre (fa, csúcsokhoz csatlakozás)
- Erős biszimuláció ekvivalens rendszerek deadlock szempontjából azonosak (ha ez egyikben deadlock lehet, akkor a másikban is)

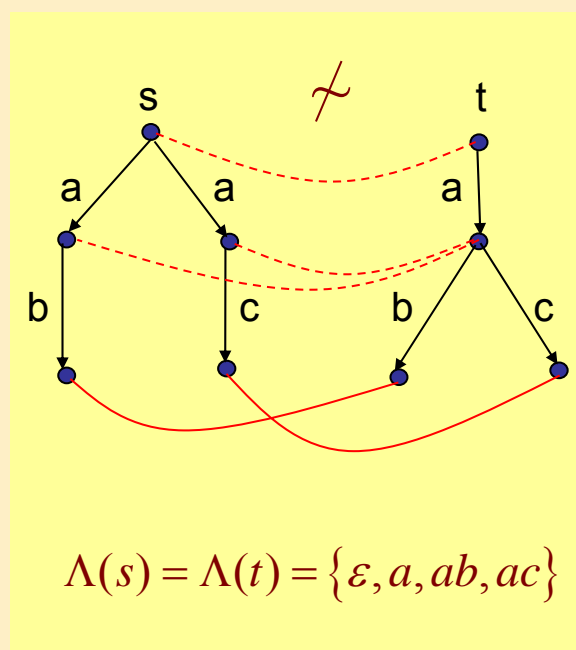
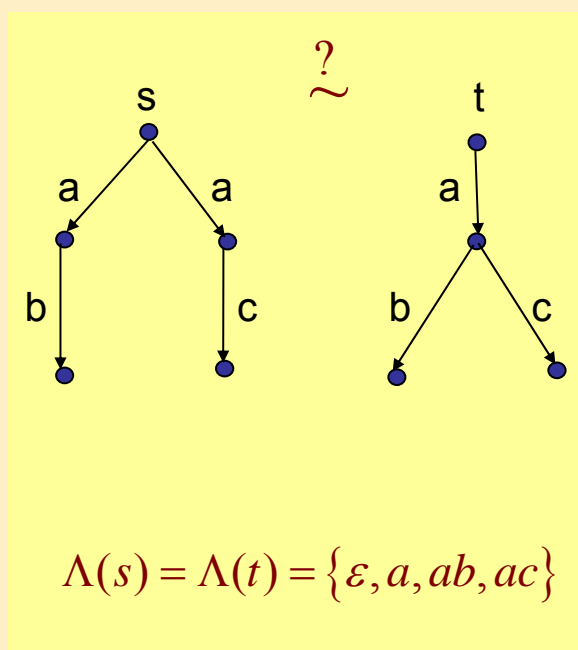
II. Erős biszimuláció ekvivalencia: Példák

- Példa:



II. Erős biszimuláció ekvivalencia: Példák

- Példa:

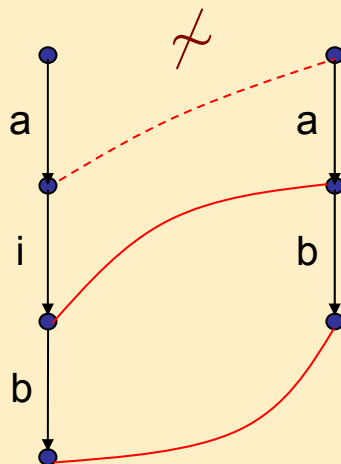


II. Erős biszimuláció: Deadlock formalizálása

- Deadlock lehetőség kifejezése a Hennessy-Milner logika segítségével:
 - Az **a** akcióra: $[a]\text{false}$
 - Ha ez igaz, akkor nincs **a**-val címkézett átmenet, azaz **a**-ra deadlock van!
 - Egy akcióhalmazra: $\{[a_1]\text{false} \wedge [a_2]\text{false} \wedge \dots \wedge [a_n]\text{false}\}$
 - Egy elért állapotban: $\langle b_1 \rangle \dots \langle b_n \rangle \{[a_1]\text{false} \wedge \dots \wedge [a_2]\text{false}\}$
- Tétel: LTS-ekben $T_1 \sim T_2$ a.cs.a., ha minden p HML kifejezésre
 - vagy $T_1, s_1 \models p$ és $T_2, s_2 \models p$,
 - vagy $T_1, s_1 \not\models p$ és $T_2, s_2 \not\models p$

II. Erős biszimuláció ekvivalencia: Problémák

- Hátrány:
 - Érzékeny a belső (nem látható) átmenetekre, még akkor is, ha azoknak nincs megfigyelhető hatása
 - Primitív példa:



III. Gyenge biszimuláció ekvivalencia: Jelölések

- Az erős biszimuláció „gyenge” változata
 - Nem érzékeny a megfigyelhető hatás nélküli belső átmenetekre
 - Lényege: Azonos megfigyelhető akciószekvenciák ekvivalens állapotokon keresztül
- Jelölések:

$\alpha \in Act^*$ véges akciószekvencia (ε az üres)

$\hat{\alpha} \in (Act - \tau)^*$ megfigyelhető akciószekvencia (τ törlése)

itt $\hat{\alpha} = \varepsilon$ ha $\alpha = \tau$

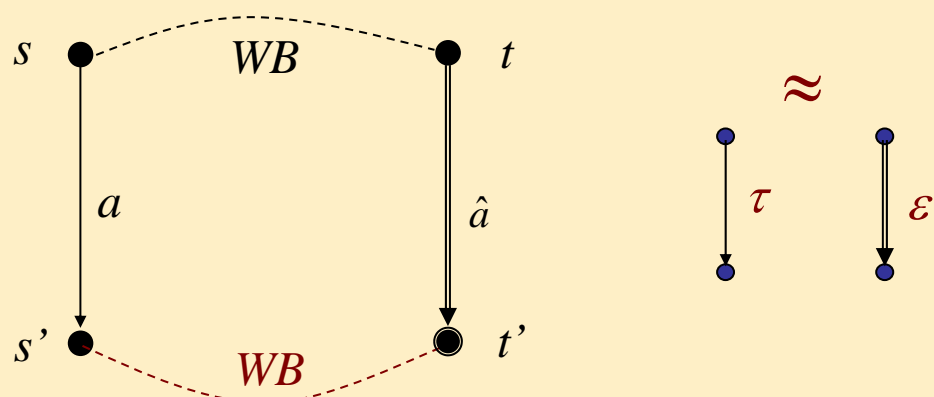
$s \xRightarrow{\beta} s'$ ha $\exists \alpha: s \xrightarrow{\alpha} s'$ és $\beta = \hat{\alpha}$

III. Gyenge biszimuláció ekvivalencia: Definíció

- Definíció:

$WB \subseteq S \times S$ gyenge biszimuláció, ha minden $(s, t) \in WB$ és bármely $a \in Act, s', t' \in S$ esetén fennáll:

- ha $s \xrightarrow{a} s'$ akkor $\exists t': t \xRightarrow{\hat{a}} t'$ és $(s', t') \in WB$
- ha $t \xrightarrow{a} t'$ akkor $\exists s': s \xRightarrow{\hat{a}} s'$ és $(s', t') \in WB$

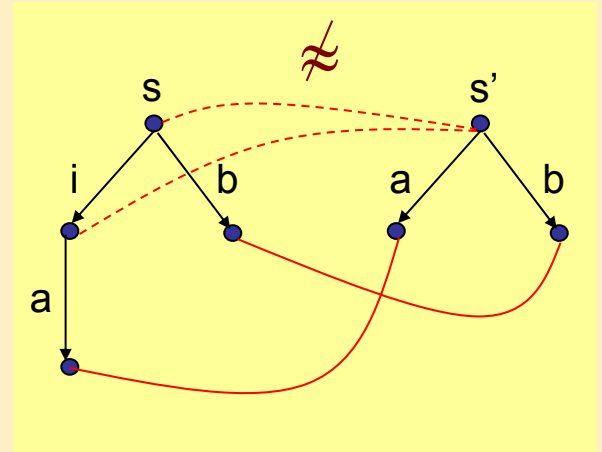
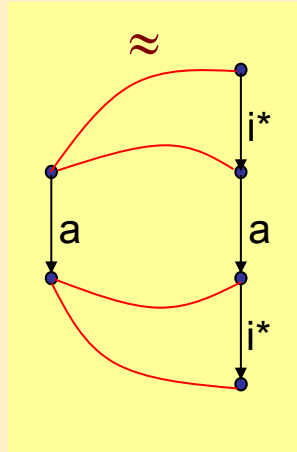
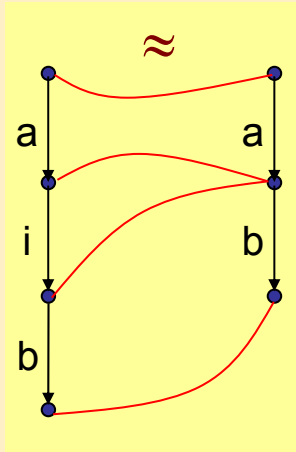


III. Gyenge biszimuláció ekvivalencia: Példák

- Gyenge biszimuláció ekvivalencia
= Megfigyelési ekvivalencia (observation equiv.)

$$T_1 \approx T_2 \text{ a.cs.a. } s_1 \approx s_2 \text{ azaz } \exists WB : (s_1, s_2) \in WB$$

- Példák

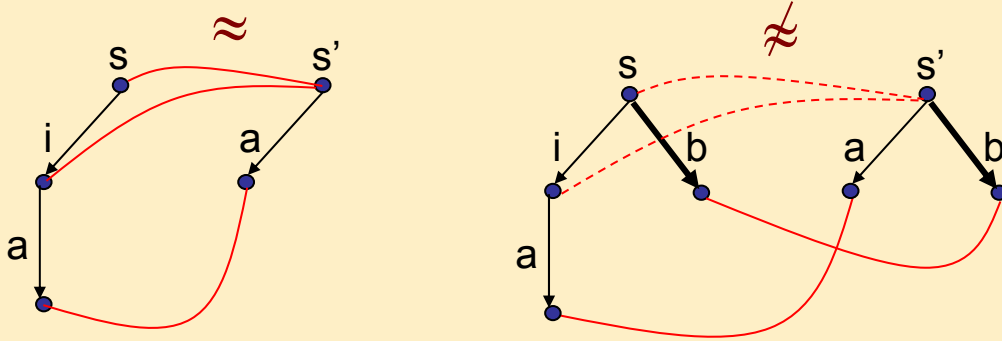


III. Gyenge biszimuláció: Deadlock formalizálás

- HML variáns megfigyelhető akciókra:
 $HML^* ::= true \mid false \mid p \wedge q \mid p \vee q \mid [[a]]p \mid \langle\langle a \rangle\rangle p$
- Szemantika:
 - H3***: $T, s \models [[a]]p$ a.cs.a. $\forall s' \text{ ahol } s \Rightarrow^a s' : s' \models p$
 - H4***: $T, s \models \langle\langle a \rangle\rangle p$ a.cs.a. $\exists s' : s \Rightarrow^a s' \text{ és } s' \models p$
- Tétel: LTS-ekben $T_1 \approx T_2$ a.cs.a. ha minden p HML* kifejezésre
 - vagy $T_1, s_1 \models p$ és $T_2, s_2 \models p$
 - vagy $T_1, s_1 \not\models p$ és $T_2, s_2 \not\models p$

III. Gyenge biszimuláció ekvivalencia: Tulajdonságok

- Nem kongruencia CCS LTS-re (ellenpélda van)



- Érdekesség: Legnagyobb kongruencia reláció, amiből következik a gyenge biszimuláció ekvivalencia:

$s \approx^c t$, ha bármely $a \in Act$, $s', t' \in S$ esetén fennáll:

- ha $s \xrightarrow{a} s'$ akkor $\exists t' : t \xRightarrow{a} t'$ és $s' \approx t'$
- ha $t \xrightarrow{a} t'$ akkor $\exists s' : s \xRightarrow{a} s'$ és $s' \approx t'$

Ekvivalencia relációk számítási módszere

Partíció finomítás

- Kezdetben minden állapotpár eleme a relációnak

Egy partíciót (ekvivalencia osztályt) képeznek

- Minden állapotpárra:

Ha az egyikből indulva van olyan átmenet, amit a másik nem tud a definíció szerint szimulálni, akkor

- A adott állapotpár kizárása (nem ekvivalensek);
- Következmények végigvezetése a bejövő átmenetek végén lévő állapotokra
 - Nem ekvivalensek, ha nem ekvivalens állapotokba kerülnek

- Ha már nincs változás (fixpont):

Végleges ekvivalencia osztályok adódtak

Ha a kezdőállapotok azonos ekvivalencia osztályban vannak, akkor az LTS-ek ekvivalensek