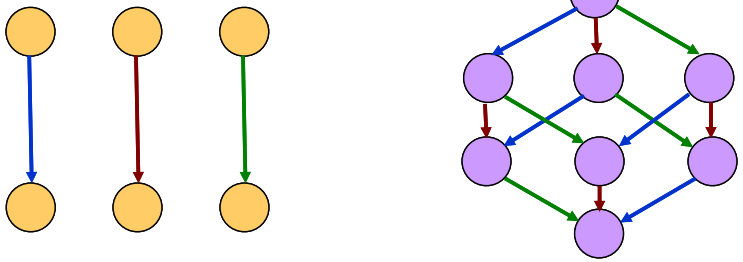
A modellellenőrzés hatékony technikái: Az állapottér kezelése

Majzik István
BME Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék

Ismétlés: A modellellenőrzés tanult technikái

- PLTL modell ellenőrzés:
  - Automata alapú megközelítés:
    - Szinkron szorzat automata konstruálása, elfogadó állapotok keresése
- CTL modell ellenőrzés:
  - Szemantika alapú módszer:
    - Állapotok iteratív címkézése (fixpont iteráció)
- Állapottér robbanás:
  - Egyszerűek az alapszintű modellek (állapot és átmenet)
  - Nagy méretű állapottér adódik (pl. elosztott rendszerek)



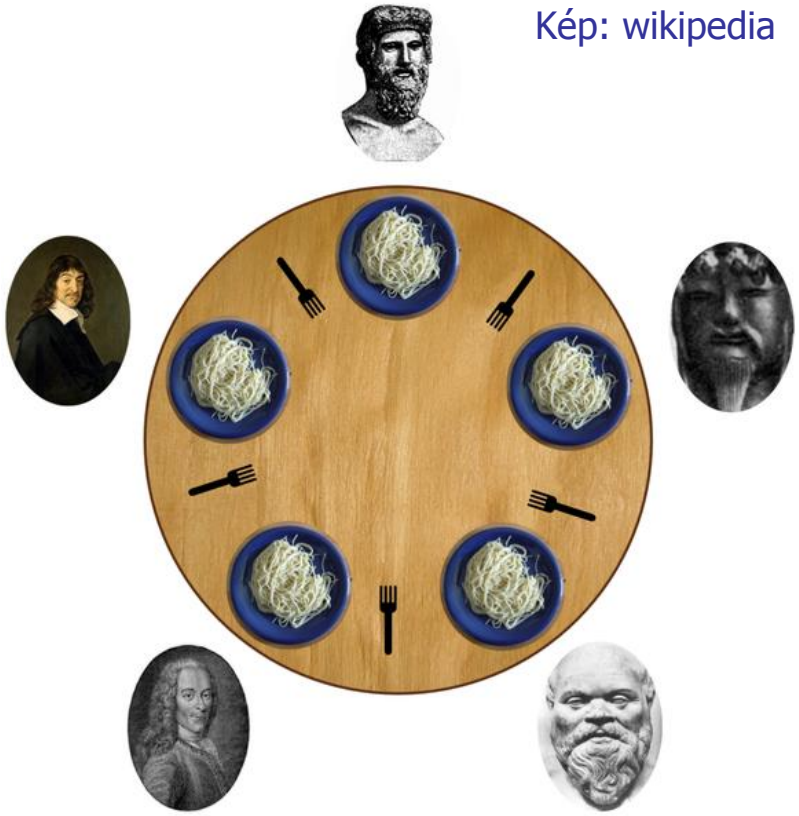
- Hogyan lehet nagy méretű modelleket ellenőrizni?
  - Ígéret: CTL modell ellenőrzés: 10^{20} állapot (egyes esetekben $>10^{100}$ állapot)

Egy jellegzetes példa: Étkező filozófusok

- Konkurens rendszer
  - Holtpont kialakulhat
  - Livelock kialakulhat
- Állapottér mérete gyorsan nő

Filozófusok száma	Állapottér mérete
16	$4{,}7 \cdot 10^{10}$
28	$4{,}8 \cdot 10^{18}$
…	…
200	$> 10^{40}$
1000	$> 10^{200}$
…	…

$2^{64} = 1{,}8 \cdot 10^{19}$



Kép: wikipedia

Okos (de nem feladat-specifikus) állapottér tárolással:
kb. 100 000 filozófus, azaz 10^{62900} állapottér is ellenőrizhető!

Előzetes áttekintés

- CTL modellellenőrzés: Szimbolikus technika
  - (Címkézett) állapothalmazok tárolása és manipulálása helyett Boole függvényeken végzett műveletek
  - A Boole függvények hatékony tárolása ROBDD alkalmazásával
  - Első ilyen modellellenőrzők: SMV, nuSMV
- LTL modellellenőrzés: Részleges rendezés
  - A lehetséges útvonalak közül reprezentatív útvonalak kiválasztása az adott követelmény ellenőrzéséhez
  - Bemutatott technika: SPIN modellellenőrző alapja

- Invariánsok modellellenőrzése: Korlátos modellellenőrzés
  - Logikai függvények igazságának keresése SAT technikával
  - Adott mélységig folytatható modell ellenőrzés: Korlátos hosszúságú ellenpéldák keresése

- Általános módszer problémaméret csökkentésre: Absztrakció

Szimbolikus modellellenőrzés a CTL esetén

Ismétlés: CTL modellellenőrzés állapot címkézéssel

- Az iteráció halmazműveletekkel történik
  - Kezdőhalmaz: Előző lépések alapján
  - Inkrementális bővítés a Z halmazhoz tartozó (már címkézett) állapotok megelőző állapotain:

    $pre_E(Z)=\{s \in S \mid$ létezik olyan s', hogy $(s,s') \in R$ és $s' \in Z\}$

    $pre_A(Z)=\{s \in S \mid$ minden s'-re, ahol $(s,s') \in R$: $s' \in Z\}$
- Példa: E(P U Q) iterációja:
  - Kezdőhalmaz: $X_0 = \{s \mid Q \in L(s)\}$
  - Iteráció: $X_{i+1} = X_i \cup (pre_E(X_i) \cap \{s \mid P \in L(s)\})$

Eddig címkézettek és ..

.. megelőző állapotaik közül amelyek …

… P-vel címkézettek

  - Iteráció vége: Ha $X_{i+1} = X_i$, azaz nem bővül a halmaz

Ismétlés: CTL modellellenőrzés fixpont kereséssel

- Sat(EF p) számítása: lfp $\tau(z)$
  - ahol $\tau(z)$= Sat(p) $\cup$ $pre_E(z)$
  - ahol $pre_E(z)=\{s \mid \exists t: (s,s') \in R$ és $s' \in z\}$

- Kleene tétele alapján lfp $\tau(z)$ számítása:
  - $z_0 = \varnothing$
  - $z_1 = \tau(z_0) = \tau(\varnothing)$ = Sat(p) $\cup$ $pre_E(\varnothing)$
  - …
  - $z_{i+1} = \tau(z_i)$= Sat(p) $\cup$ $pre_E(z_i)$
  - …
  - folytatás amíg $z_{i+1} = z_i$ és itt z_i = lfp $\tau(z)$ = Sat(EF p)

A szimbolikus modellellenőrzés alapötlete

- Állapothalmazok tárolása állapot felsorolás helyett logikai függvények formájában
  - Állapotok „kódolása” Boole logikai vektorokkal
    - S állapottér kódolásához $n=\lceil \log_2|S| \rceil$ bit elég, azaz ha teljesül $2^n \geq |S|$
  - Állapothalmaz „kódolása” n-változós Boole függvényekkel
    - Akkor és csak akkor igaz egy-egy bitvektor behelyettesítésére, ha a bitvektor által kódolt állapot az adott állapothalmazban van
- Karakterisztikus függvény: $C: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$
  - A karakterisztikus függvényekkel fogunk dolgozni a halmazok helyett
- Elméleti alap: Stone-tétel
  - Minden véges Boole-algebra izomorf egy véges S halmaz részhalmazainak algebrájával
  - $(2^S, \cap, \cup, \varnothing, S)$ izomorf $(F_n, \vee, \wedge, 0, 1)$
    - F_n az n-változós logikai függvények {0,1} felett
    - 2^{2^n} féle n-változós logikai függvény van, $2^{|S|}$ a részhalmazok száma

Karakterisztikus függvények

- s állapotra: $C_s(x_1, x_2, \ldots, x_n)$

  Legyen az s „kódolása” $(u_1, u_2, \ldots, u_n)$ vektor, itt $u_i \in \{0,1\}$

  Ekkor $C_s(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ csak az $(u_1, u_2, \ldots, u_n)$ esetén adjon 1 értéket

  $C_s(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ konstruálása: $\wedge$ operátorral

  - x_i szerepel, ha $u_i=1$
  - $\neg x_i$ szerepel, ha $u_i=0$

  Példa: (0,1) kódolású s állapotra: $C_s(x_1, x_2) = \neg x_1 \wedge x_2$

- $Y \subseteq S$ állapothalmazra: $C_Y(x_1, x_2, \ldots, x_n)$

  $C_Y(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ a.cs.a. legyen igaz egy $(u_1, u_2, \ldots, u_n)$ behelyettesítésre, ha $(u_1,u_2,\ldots, u_n) \in Y$

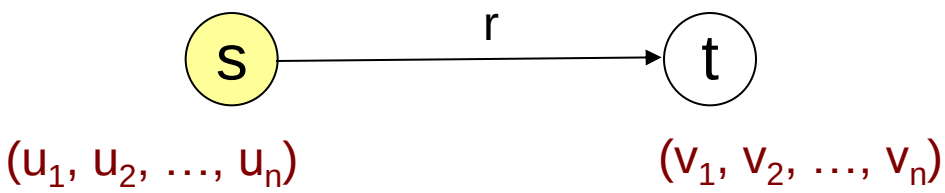
  $C_Y(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ konstruálása: $C_Y(x_1, x_2, \ldots, x_n)=\bigvee_{s \in Y} C_s(x_1, x_2, \ldots, x_n)$

- Állapothalmazokra általában:

  $C_{Y \cup W}= C_Y \vee C_W$, $C_{Y \cap W}= C_Y \wedge C_W$

Karakterisztikus függvények (folytatás)

- Állapotátmenetekre: C_r



r=(s,t) állapotátmenet, ahol $s=(u_1, u_2, \ldots, u_n)$ és $t=(v_1, v_2, \ldots, v_n)$

Karakterisztikus függvény $C_r(x_1, x_2, \ldots, x_n, x'_1, x'_2, \ldots, x'_n)$ alakban;
„vesszős” változók jelzik a cél állapotot

C_r a.cs.a. legyen igaz, ha $x_i=u_i$ és $x_i'=v_i$ a behelyettesítés

C_r konstruálása:

$$C_r = C_s(x_1, x_2, \ldots, x_n) \wedge C_t(x'_1, x'_2, \ldots, x'_n)$$

Karakterisztikus függvények (folytatás)

- $pre_E(z)$ képzése: $pre_E(z)=\{s \mid \exists t: (s,t)\in R \text{ és } t\in z\}$

  z reprezentációja: C_z

  R reprezentációja: $C_R=\vee_{r\in R}C_r$

  $pre_E(z)$: kikeresni a z-beli állapotokra az előzőeket

$$C_{\mathrm{pre_E}(z)} = \exists_{x'_1,x'_2,\ldots,x'_n} C_R \wedge C'_z$$

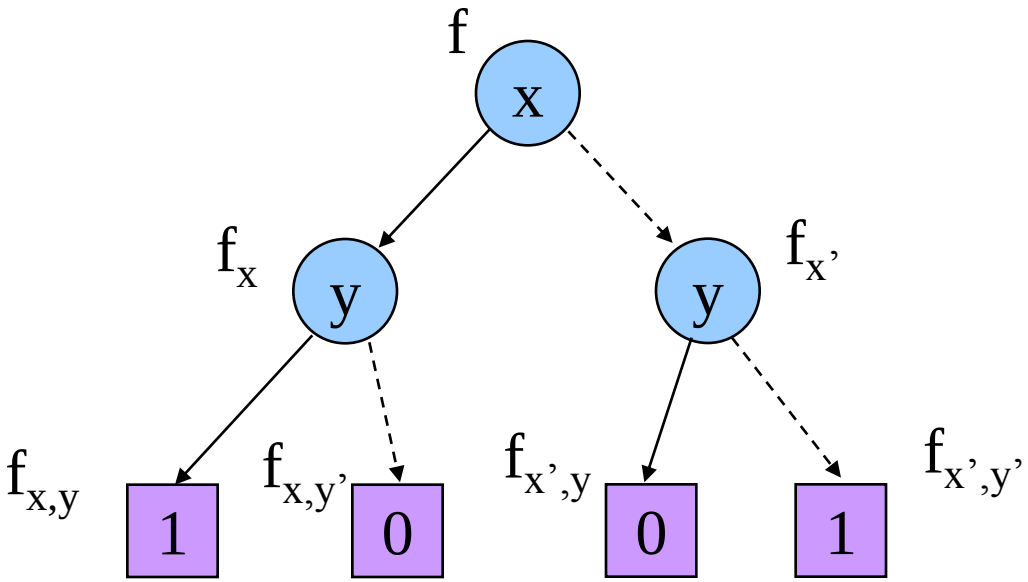
  ahol $\exists_x C = C[1/x] \vee C[0/x]$ „egzisztenciális absztrakció”

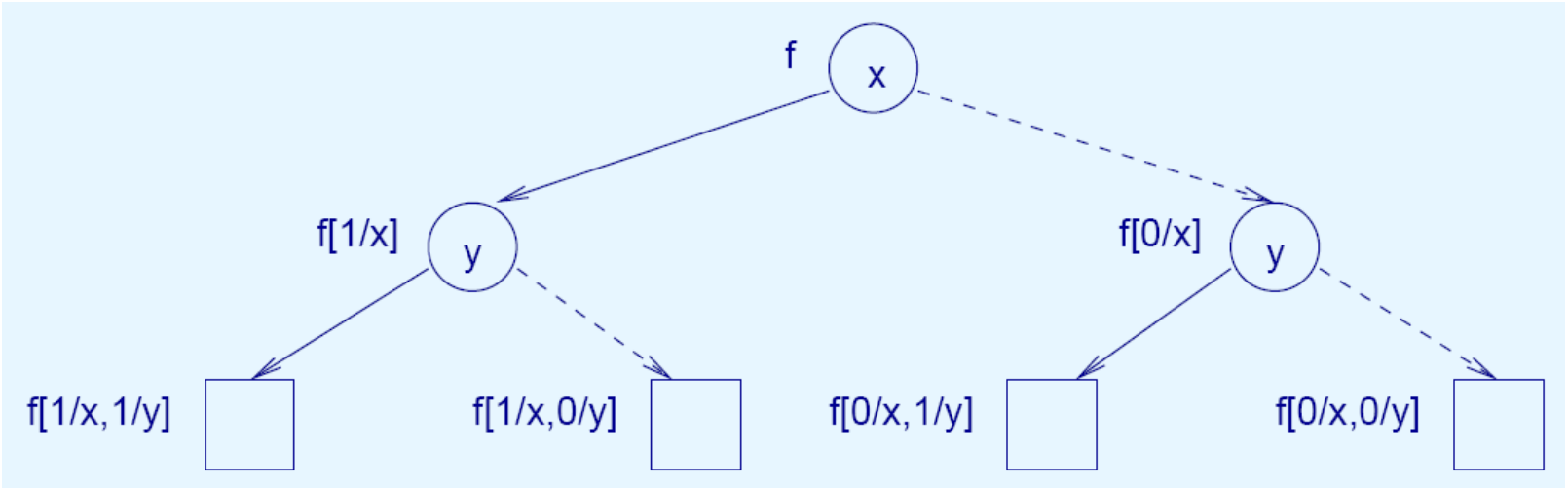
- Modellellenőrzés állapothalmaz műveletekkel: visszavezetve logikai függvényeken végzett műveletekre!

Logikai függvények reprezentációja

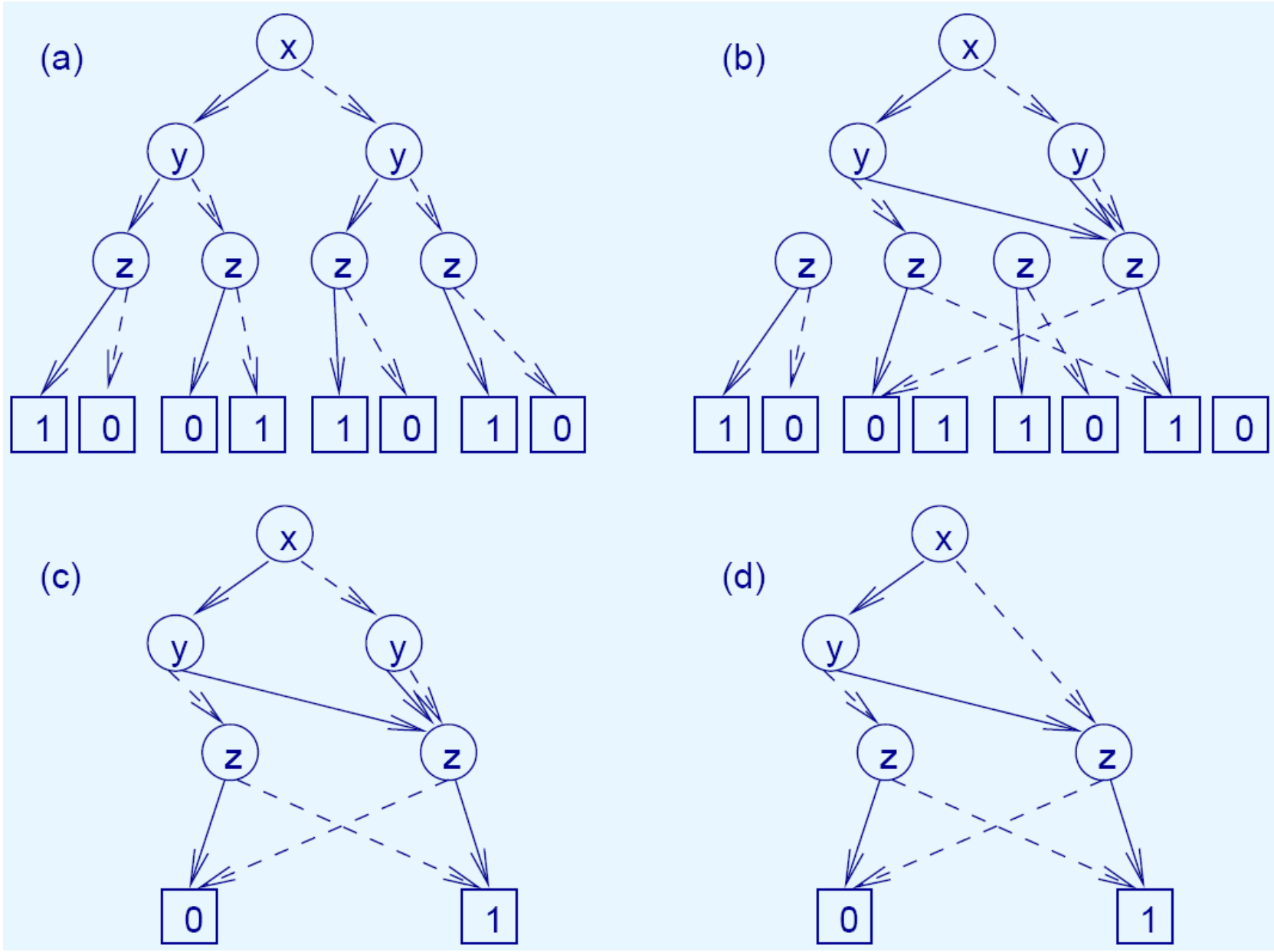
- Kanonikus forma: ROBDD
  - Redukált, rendezett, bináris döntési diagram
- Lépések: Bináris döntési fa, BDD, OBDD, ROBDD
  - Bináris döntési fa: Shannon-felbontás
    - „if-then-else” operátor: $x \rightarrow x_1, x_0 = (x \wedge x_1) \vee (\neg x \wedge x_0)$
    - felbontás: $f = x \rightarrow f[1/x], f[0/x]$
    - más jelölés: $f(x,y,z,\ldots) = x \rightarrow f_x(y,z,\ldots), f_{x'}(y,z,\ldots)$
  - BDD: azonos részfák összevonva
  - OBDD: minden ágon azonos változó sorrendezés
  - ROBDD: szükségtelen csomópontok redukálása
    - Ha mindkét ág ugyanahhoz a csomóponthoz vezet

Bináris döntési fa



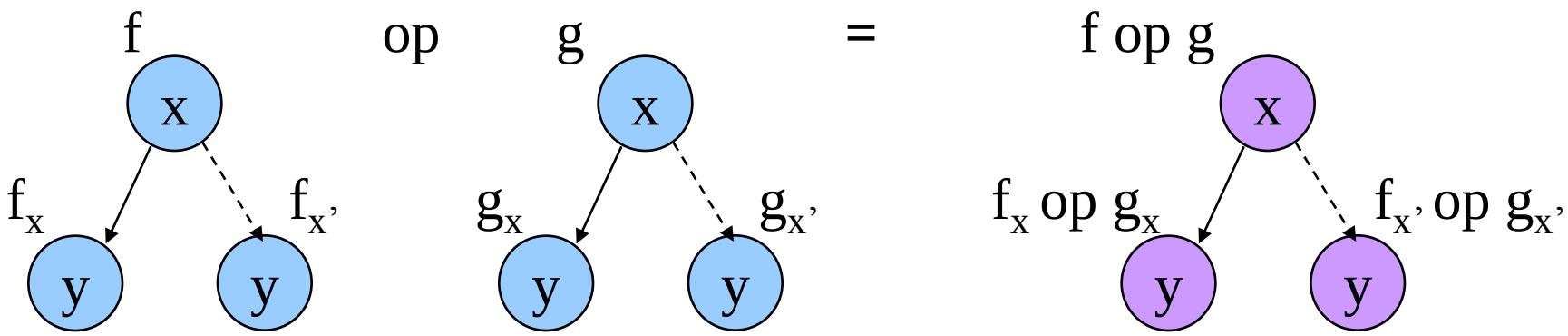


Bináris döntési fa redukálása



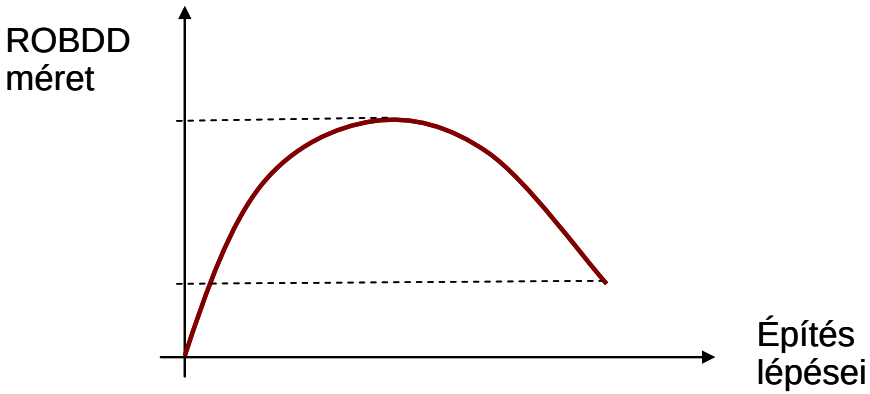
ROBDD használat

- Generálás: ld. jegyzet (+ Formális módszerek tárgy)
  - Rekurzív felbontás és azonos részfák figyelése
- Műveletek ROBDD által reprezentált fv-ekkel:
  - f op g = $(x \rightarrow f_x, f_{x'})$ op $(x \rightarrow g_x, g_{x'}) = x \rightarrow (f_x \text{ op } g_x), (f_{x'} \text{ op } g_{x'})$
  - f op g = $(x \rightarrow f_x, f_{x'})$ op g $= x \rightarrow (f_x \text{ op } g), (f_{x'} \text{ op } g)$
  - f op g = f op $(x \rightarrow g_x, g_{x'}) = x \rightarrow (f \text{ op } g_x), (f \text{ op } g_{x'})$



ROBDD mérete

- Tömör ábrázolásmód, pl. étkező filozófusok problémája:
  - 16 filozófus: $4{,}7 \cdot 10^{10}$ állapot, 747 ROBDD csomópont
  - 28 filozófus: $4{,}8 \cdot 10^{18}$ állapot, 1347 ROBDD csomópont
    itt 63 bites állapottér címzés helyett ~21kB elég!
- Fontos a helyes sorrend megválasztása
  - Más sorrend nagyságrendbeli méretkülönbséget is jelenthet
  - Optimális sorrend „próba-szerencse” alapon derülhet ki
- Tárigény:
  - Ha egy konkurens rendszer modellje alapján folyamatosan építjük a ROBDD-t, akkor az építés közben sok ideiglenes csomópontot kell tárolnunk, amit később lehet redukálni

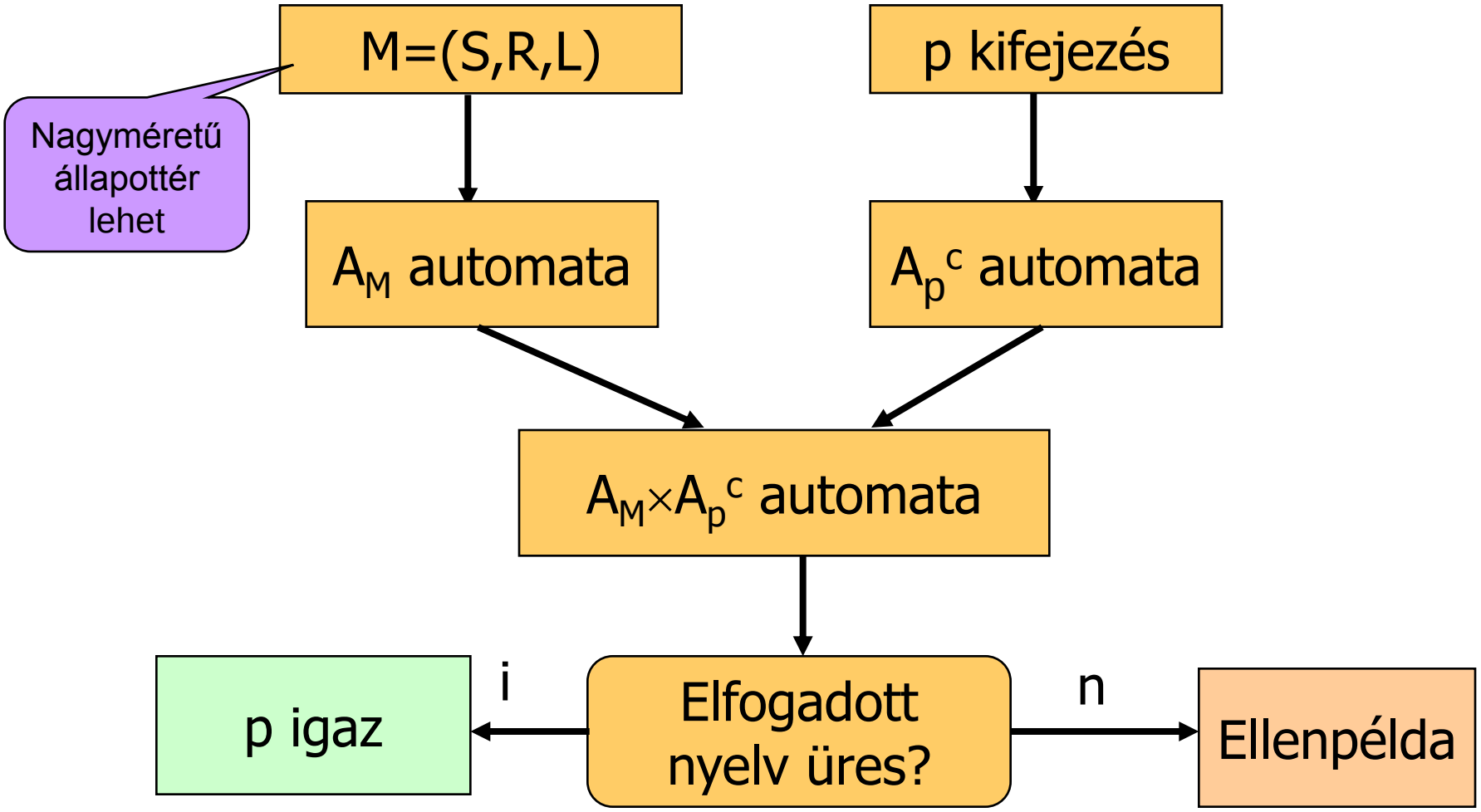


ROBDD és modellellenőrzés (összefoglalás)

- Modellellenőrzés: Állapothalmazokon műveletek
  - Iteratív Sat(p) számítás
- Halmazműveletek leképzése karakterisztikus függvények műveleteire
  - „Állapotok kódolása”: Boole-függvények
- Karakterisztikus függvény műveleteinek leképzése ROBDD-ken végzett műveletekre
  - Közvetlenül az ROBDD reprezentáción

Részleges rendezés redukció a PLTL modellellenőrzés során

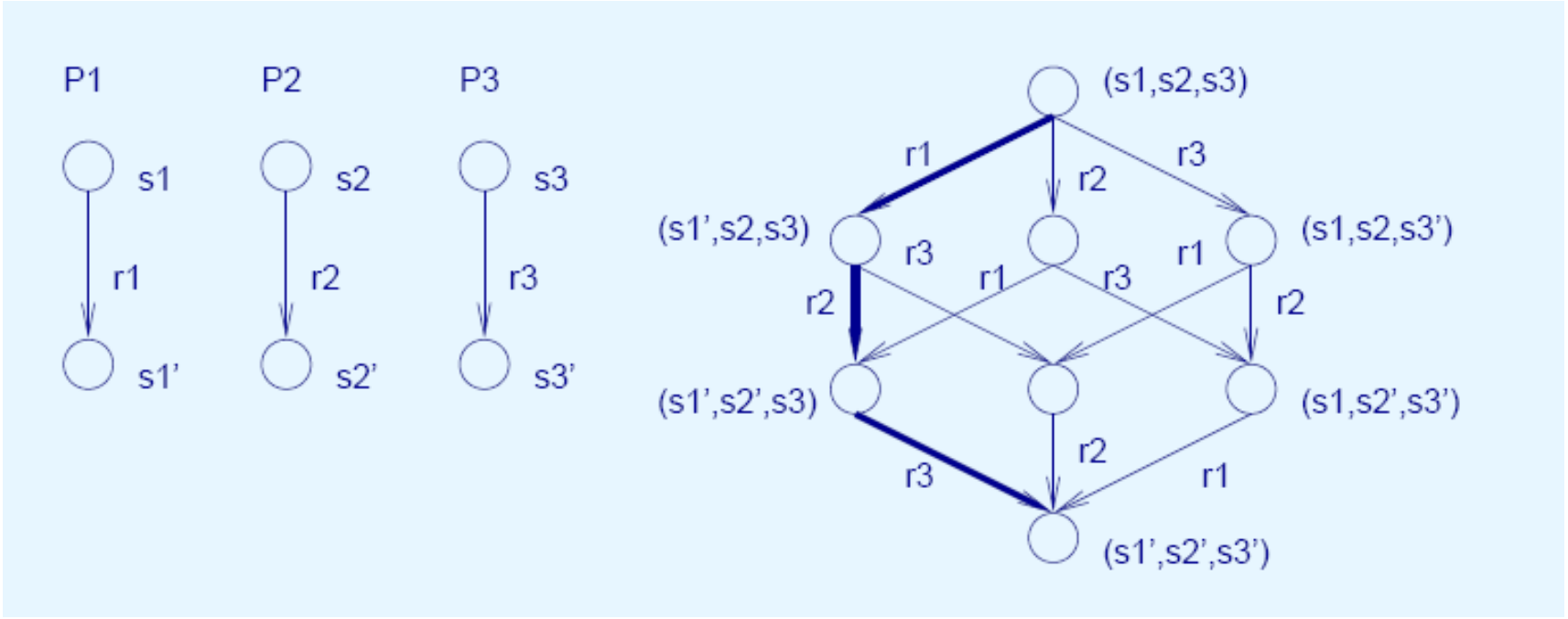
Ismétlés: Automata alapú PLTL modellellenőrzés



Részleges rendezés (partial order) redukció

- Elosztott rendszerek modellellenőrzése
  - Sok résztvevő, időnként interakciók
  - Akciók részben független, konkurens végrehajtása
  - A globális állapottér: minden lehetséges sorrend (átlapolt végrehajtás) felvétele –> állapottér robbanás
- Az állapottér robbanás kezelésére:
  - A független akcióknak nem kell minden lehetséges sorrendjét figyelembe venni
    - Ha különböző sorrendű végrehajtások azonos állapotba vezetnek
    - Ha az ellenőrizendő követelmény erre nem érzékeny
  - Elég egy reprezentatív sorrendet felvenni
  - Így az állapottér mérete jelentősen csökkenthető

A részleges rendezés bemutatása



- Reprezentatív útvonal: r1 – r2 – r3 sorrend
- 4 állapot tárolása elkerülhető

A modellellenőrzés

- Cél: PLTL modellellenőrzés a reprezentatív útvonalak alapján M=(S, R, L) KS-en AP mellett
- Alkalmazott jelölések:
  - enabled(s) az s állapotban engedélyezett átmenetek
  - ample(s)$\subseteq$enabled(s) az s állapotban a reprezentatív útvonal(ak) bejárásához választott átmenet(ek)

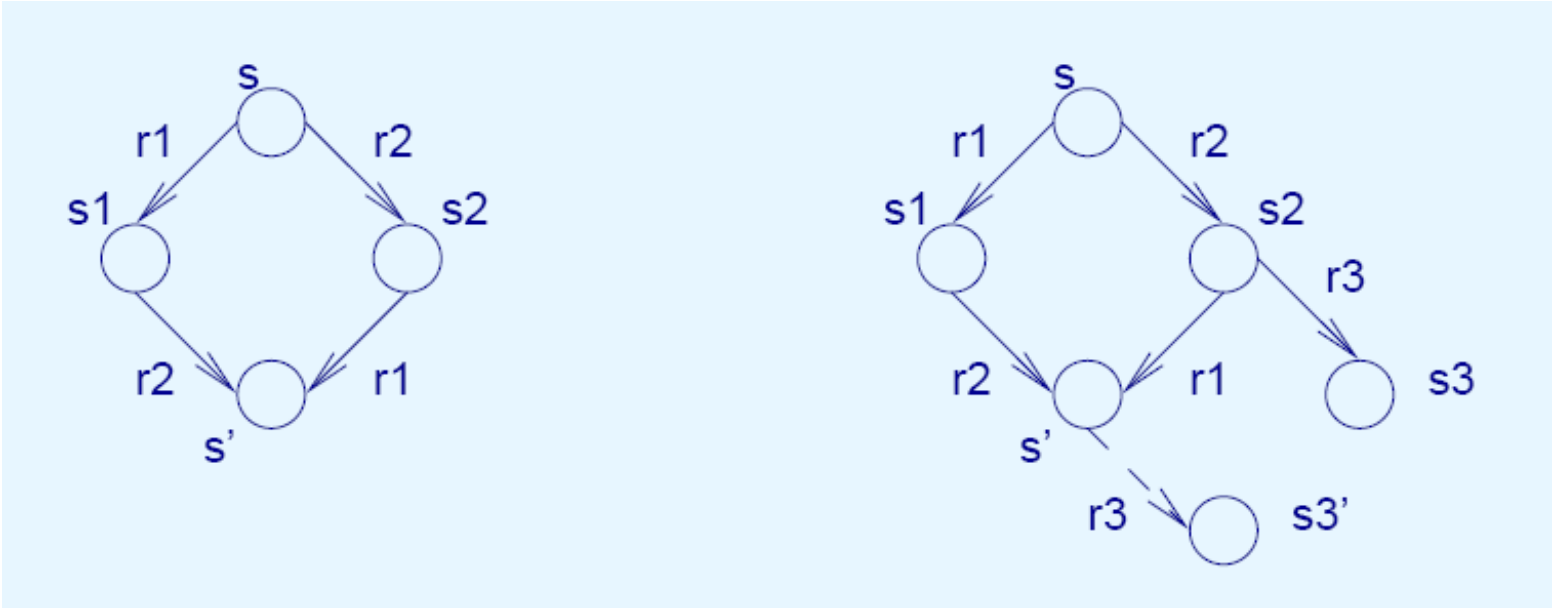
Kritériumok ample(s) kiválasztásához

- Lokális választás kellene
  - a teljes állapottér vizsgálata nélkül
  - a mélységi keresés (automata előállítás) során (DFS)
- Szükséges feltételek:
  - a modellellenőrzés helyessége
  - az állapottér méretének csökkentése
  - elfogadható számítási igény

Átmenetek tulajdonságai I.

- Független átmenetek: $I \subseteq R \times R$ reláció
  - szimmetrikus és antireflexív reláció
  - ha $(r1,r2) \in I$ akkor az átmenetek egymást nem tiltják le
    - ha $r1,r2 \in enabled(s)$ akkor $r1 \in enabled(r2(s))$, valamint $r2 \in enabled(r1(s))$
  - ha $(r1,r2) \in I$ akkor a különböző végrehajtási sorrend azonos állapothoz vezet
    - $r1(r2(s)) = r2(r1(s))$
- Első ötlet: A független átmenetek közül csak egyet kell kiválasztani
  - Problémák: Utak elhagyása, címkézés

Független átmenetek - példa

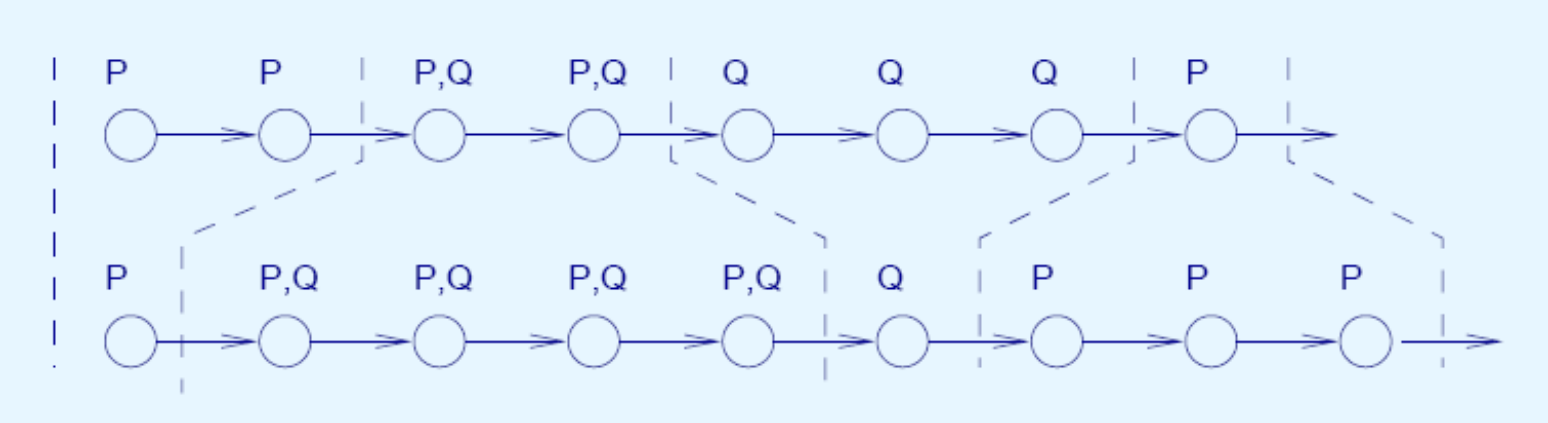


- Az ellenőrizendő követelmény teljesítése függhet az r1 vagy r2 választásától:
  - ha r1(s) illetve r2(s) más címkéjű
  - ha r2(s)-ből induló utak kimaradnak, ha r1-et választjuk

Átmenetek tulajdonságai II.

- Láthatatlan átmenet:
  - r1=(s,s') láthatatlan, ha L(s)=L(s')
  - az A_p automata nem „látja” az átmenetet
    (ld. szinkron szorzat képzése a modellellenőrzés során)
- Stuttering (dadogó) blokk:
  - Azonosan címkézett állapotok véges szekvenciája
  - Láthatatlan átmenetek az állapotok között
- Stuttering ekvivalens útvonalak:
  $\pi_1 \sim_{st} \pi_2$ ha azonos stuttering blokkok, azonos sorrendben fordulnak elő a két útvonalon
- Stuttering ekvivalens KS:
  - $M_1 \sim_{st} M_2$ ha a kezdőállapotok azonosan címkézettek, valamint minden M_1-beli π_1 útvonalhoz van olyan π_2 útvonal M_2-ben, hogy $\pi_1 \sim_{st} \pi_2$

Stuttering ekvivalens útvonalak - példa



- Absztrakció: Elvonatkoztatunk az azonosan címkézett állapotok számától egy-egy blokkban
  - De erre „érzékeny” az X operátor!
  - Ha nem használjuk az X operátort, használható az absztrakció

A követelmények érzékenysége

- Egy p PLTL kifejezés stuttering invariáns (implicit A útvonal kvantorral):

  Ha minden $\pi_1 \sim_{st} \pi_2$ útvonalpárra: $\pi_1 \models p$ a.cs.a. $\pi_2 \models p$,

  azaz stuttering ekvivalens útvonalak között nem tesz különbséget a kifejezés

- Bizonyítható állítások:
  - Minden $PLTL_{-X}$ kifejezés stuttering invariáns

    $PLTL_{-X}$: az X operátor kimarad az operátorok közül!
  - Minden stuttering invariáns PLTL kifejezés felírható mint $PLTL_{-X}$ kifejezés

A részleges rendezés célkitűzése

- A $PLTL_{-X}$ formulák nem különböztetik meg a stuttering ekvivalens Kripke struktúrákat
  - Cél: Úgy kell redukálni a Kripke-struktúrát, hogy stuttering ekvivalens legyen az eredeti és a redukált struktúra
  - Ezen a redukált struktúrán $PLTL_{-X}$ követelmények ellenőrizhetők

Ezek után:

- Mik a feltételei olyan ample(s) választásnak, hogy (a reprezentatív útvonalak választásával) stuttering ekvivalens redukált struktúrát kapjunk?
  - 4 kritériumot dolgoztak ki
  - Bizonyítható: betartásukkal optimális redukció elérhető

Reprezentatív átmenetek választásának kritériumai

- C(0) ample(s)=0 a.cs.a. ha enabled(s)=0
  - Intuitív: mindenképpen van egy továbblépés (nincs deadlock)
- C(1) A teljes Kripke-struktúrán
  minden s-ből induló útvonalra igaz kell legyen:

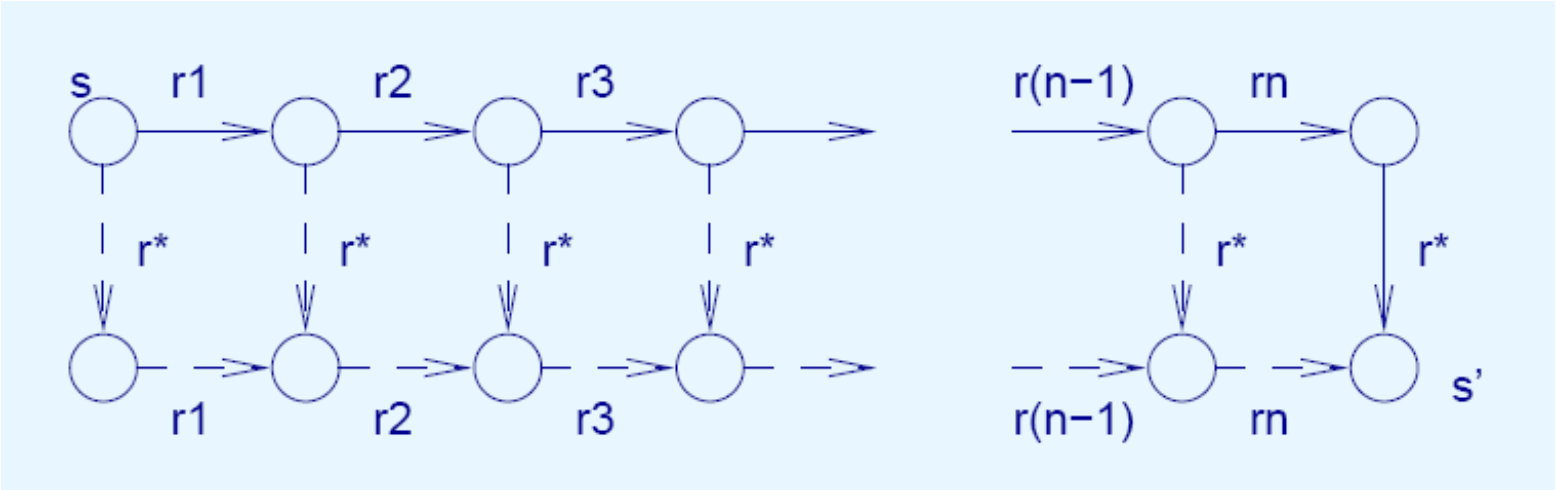
  Egy ample(s)-belitől *függő* átmenet nem hajtható végre anélkül, hogy előtte egy ample(s)-beli átmenetet végre ne hajtanánk.

  A feltételt a következményein keresztül próbáljuk meg megérteni:
  - C(1) alkalmazásával az enabled(s) \ ample(s) halmazbeli (kimaradó) átmenetek függetlenek lesznek az ample(s)-beli átmenetektől

C(1) következményei

- Ha a reprezentatív átmeneteket C(0) és C(1) szerint választjuk, milyen utak maradnak ki ample(s) választással?
  - $r_1,r_2,...,r_n,r^*$, ... minta szerinti utak,
    ahol $r_1,r_2,...,r_n$ függetlenek ample(s)-től és $r^* \in$ ample(s)
  - $r_1,r_2,...,r_i,...$ minta szerinti végtelen utak,
    ahol $r_1,r_2,...,r_n$ függetlenek ample(s)-től
- Az első eset elemzése:
  - $r_1,r_2,...,r_n,r^*$ és $r^*,r_1,r_2,...,r_n$ utak ugyanazt az állapotot érik el
    - Mivel r^* „előrehozható” a függetlenség definícióját alkalmazva
    - az utóbbi út $r^* \in$ ample(s) átmenettel kezdődik, ezért lesz esély lefedni
  - $r_1,r_2,...,r_n,r^*$ tehát reprezentálható,
    ha $r_1,r_2,...,r_n,r^* \sim_{st} r^*,r_1,r_2,...,r_n$
  - ez a stuttering ekvivalencia akkor lesz igaz,
    ha r^* láthatatlan átmenet
  - ezt a C(2) kritérium biztosítja majd

Az első eset elemzése - példa



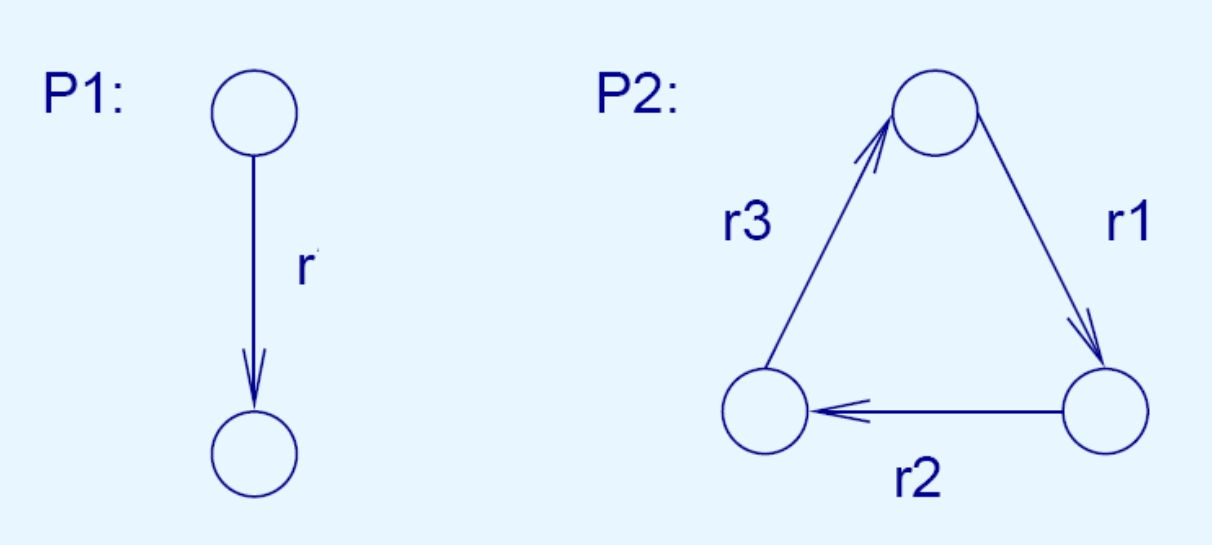
Itt r* lépésenként „előrehozható”

– mivel $r_1,r_2,...,r_n$ függetlenek r*-tól,
  a függetlenség definícióját alkalmazhatjuk

C(2) kritérium

- C(2) Ha ample(s)≠enabled(s), akkor
  minden r∈ample(s) láthatatlan kell legyen.
  - Ez alapján az előbbi $r_1,r_2,...,r_n,r^* \sim_{st} r^*,r_1,r_2,...,r_n$ fennáll
    - az első minta szerinti kimaradó utak reprezentálhatók
  - Azt is biztosítja, hogy $r_1,r_2,...,r_i,... \sim_{st} r^*,r_1,r_2,...,r_i,...$
    - a második minta szerinti kimaradó utak reprezentálhatók
- Még marad lehetőség, hogy kihagyjunk útvonalat:
  - Ha ciklus van láthatatlan átmenetekből egy résztvevő KS-ében, egy másik résztvevő átmenete kimaradhat
  - Példa: ld. következő fólia
  - Ennek elkerülése lesz: C(3) kritérium

Kimaradó eset - példa



- r1,r2,r3 *ciklus* az egyik résztvevő KS-ében
- Itt r független az r1,r2,r3 átmenetektől és nem láthatatlan, ugyanakkor r1,r2,r3 láthatatlanok és egymástól függnek
- Rendre r1,r2,r3 átmeneteket választva az ample() halmazba, a ciklus záródik és a másik résztvevő r átmenete kimarad
  - „Késleltetett” marad az átmenet választás lokális döntései miatt

C(3) kritérium

- C(3) Ciklus nem megengedett, ha olyan állapotot tartalmazna, amelyben egy r átmenet engedélyezett, de nincs benne a ciklus egy állapotának ample() halmazában sem.
  - Így nem lehetnek „kifelejtett” átmenetek
  - Gond: Egy adott s állapotban lokálisan nem eldönthető a kritérium teljesítése!
    - Globálisan látható, hogy van-e ilyen ciklus
    - Közelítő megoldás javasolt

A gyakorlati alkalmazás szempontjai

- A kritériumok betartásának számításigénye:
  - C(0) lokálisan egyszerűen ellenőrizhető
  - C(2) lokálisan egyszerűen ellenőrizhető
  - C(1) az egész állapottér vizsgálatát igényelné!
    - Kompromisszum: Olyan ample(s) keresése, ami betartja C(1)-et, de nem a lehető legkisebb ample(s) (nem optimális redukció)
      - Példa: Konkurens processzek átmeneteinek vizsgálata; ha P_i-ben lévő T_i átmenetektől csak független engedélyezett átmenetek vannak más processzekben, akkor ample(s)=T_i, ha ilyen nem található, akkor minden processzt ki kell bontani
      - A függőséget a nyelvi primitívek (kommunikáció) kijelölik
  - C(3) esetén cikluskeresés kellene a teljes állapottérben
    - Helyette C(3)' kritérium: Ha ample(s)≠enabled(s) akkor ample(s)-beli átmenet nem léphet a DFS során már érintett állapotba (azaz nem záródhat ciklus)
    - Így legalább egy állapot teljesen ki lesz bontva a ciklusban

A redukció hatékonysága

- Legjobb eset: Exponenciális állapottér-robbanás lineáris növekedéssé redukálható
  - Pl. protokoll sok azonos viselkedésű résztvevővel
- Tipikus: A redukció lineáris a modell méretével
- Memória és futási idő nyereség: 10..90%
- Példa: Vezetőválasztási protokoll gyűrű struktúrában

Processzek száma	Redukció nélkül		Redukcióval	
	Állapotok	Időigény	Állapotok	Időigény
3	15 929	13,8 s	1 435	0,6 s
4	522 255	9,3 perc	8 475	3,5 s
5		>40 óra	57 555	28,7 s
6			434 083	4,1 perc

- Előny: A részleges rendezés nem igényel paraméterezést
  - Pl. ROBDD esetén kritikus az állapotváltozók sorrendezése