

# Modellek ekvivalenciájának ellenőrzése

Majzik István

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék

# Motiváció: Relációk modellek között

- **Megfelelőség (ekvivalencia) modellek között:**

Referencia modell ↔ Vizsgált (módosított) modell

Specifikáció (absztrakt) ↔ Megvalósítás (konkrét, részletes)

Elvárt viselkedés ↔ Nyújtott viselkedés (pl. protokoll)

Ideális rendszer ↔ Hibatűrő rendszer adott hibák esetén

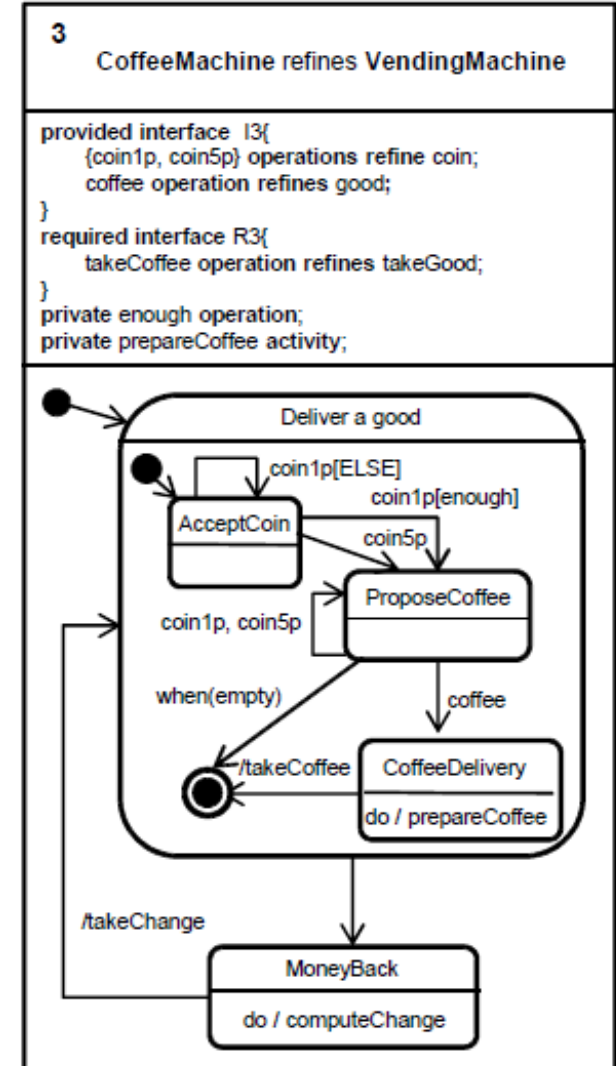
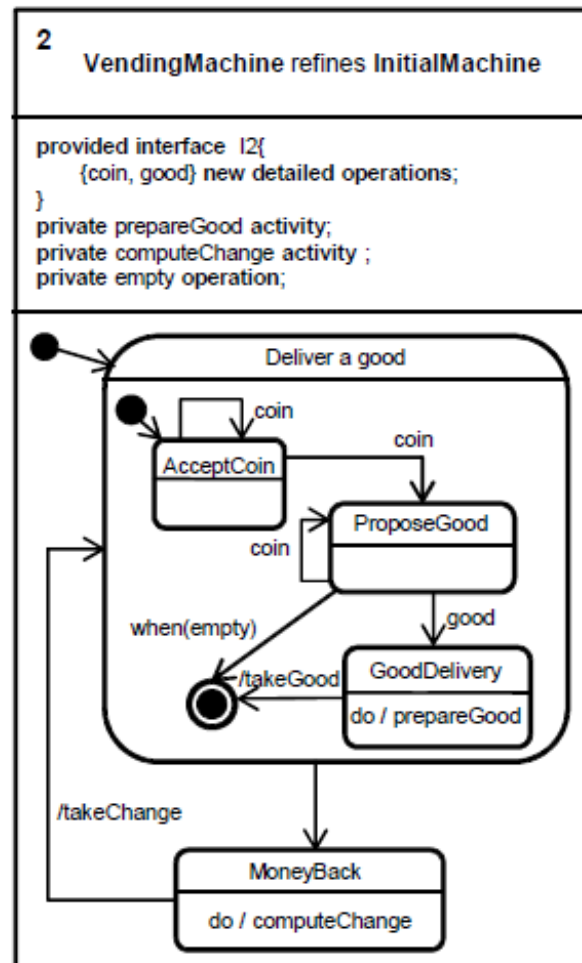
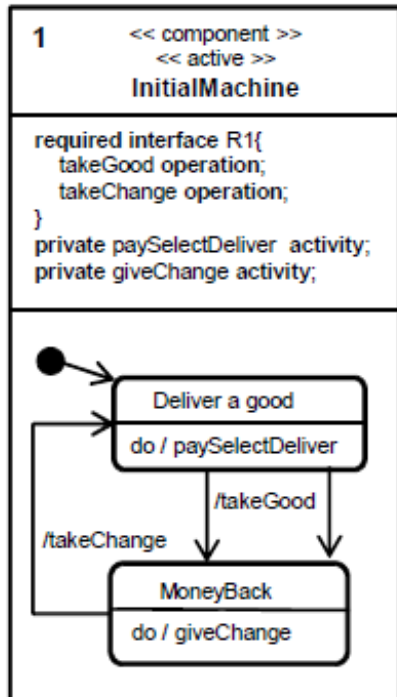
- **Finomítás (rendezés) modellek között:**

- Referencia viselkedés megtartása, meghatározott bővítésekkel

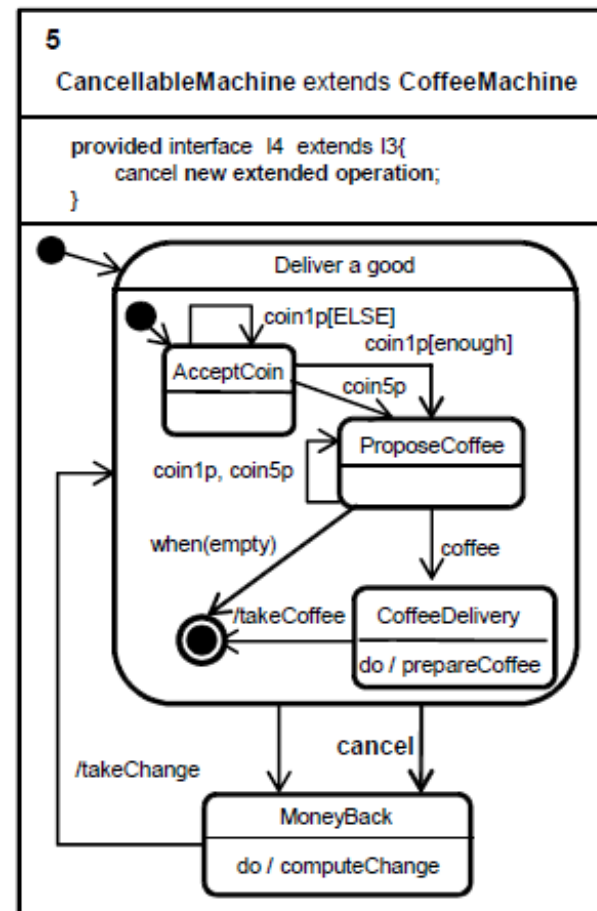
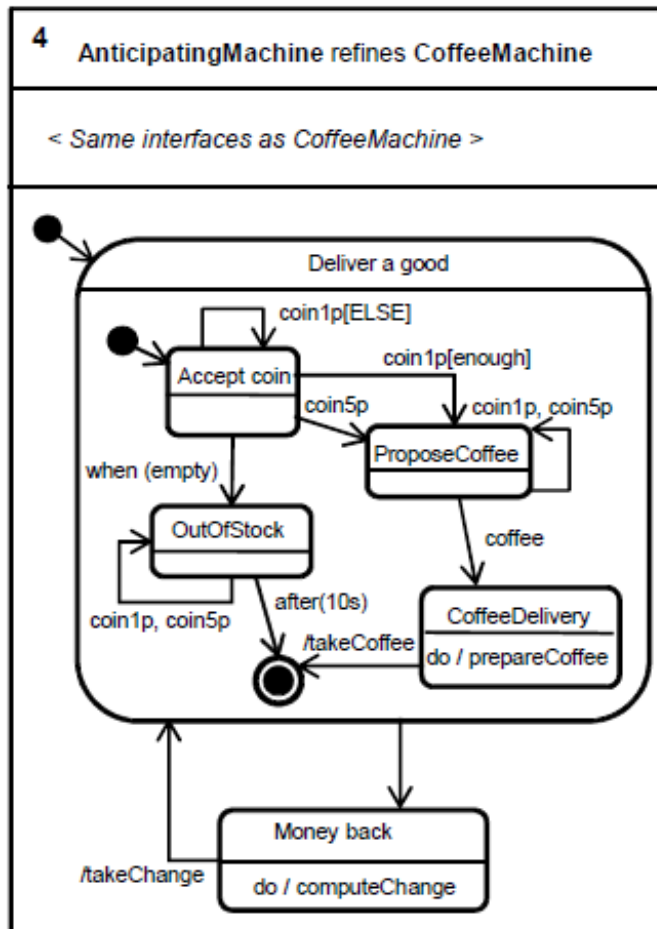
- Lehetséges nondeterminizmus csökkentése

- Lehetséges holtpontok számának csökkentése

# Példa: Állapottérkép modellek finomítása

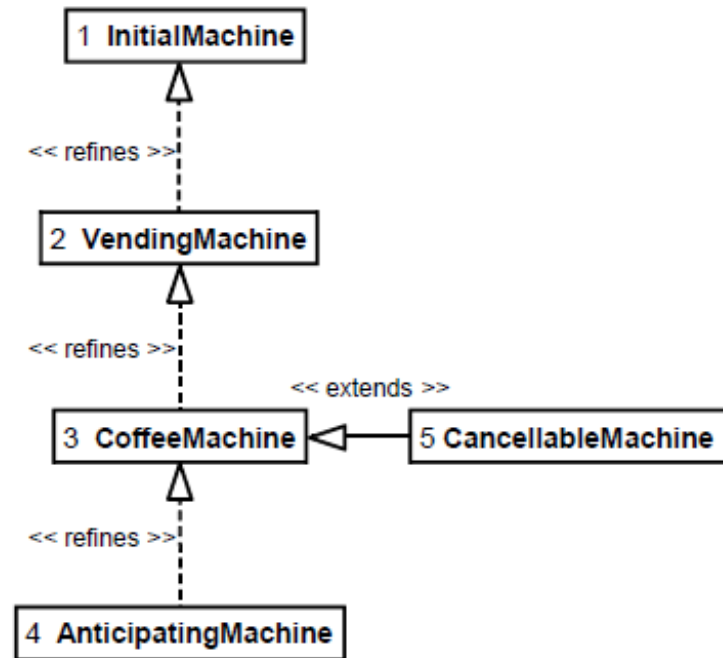


# Példa: Állapottérkép modellek finomítása (folytatás)



# Példa: Mit szeretnénk?

## Relációkat ellenőrizni az állapottérkép modelleken

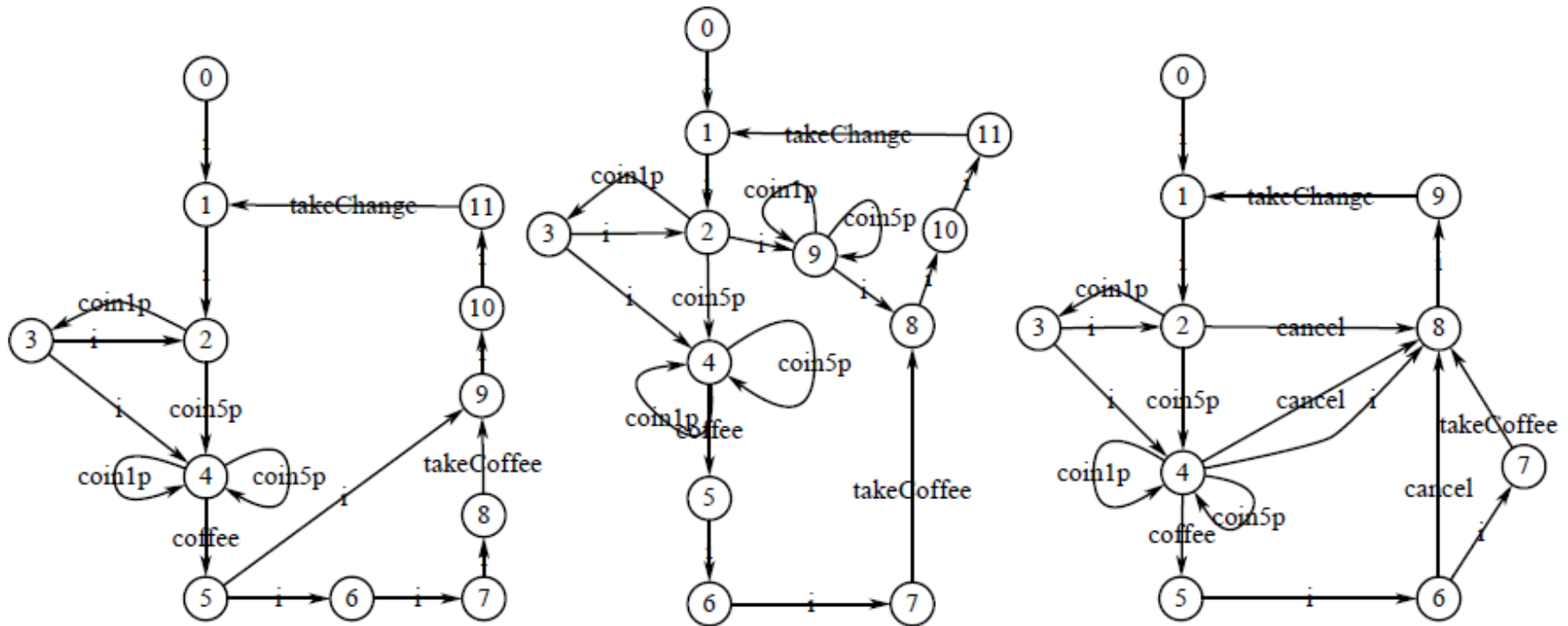


## Példa: Mit várunk egy finomítás relációtól?

- Reflexív és tranzitív reláció
- Nem szimmetrikus reláció
- Élő tulajdonság megtartása: A finomított modell tudja nyújtani azt az viselkedést, amit az eredeti modellnek is tudnia kellett
  - Méltányosság (fairness) feltételezés: Az élő tulajdonság megtartása méltányos viselkedés mellett történik (azaz választás esetén minden viselkedésnek van esélye)
- Komponálhatóság:
  - Egymás utáni finomítások finomítást eredményeznek
  - Finomítás és kiterjesztés együtt kiterjesztést eredményez
- ...

Pontos definíció szükséges!

# Példa: A relációk értelmezhetők az állapottérkép modellekből származó LTS-eken



a. LTS<sub>3</sub>: CoffeeMachine

b. LTS<sub>4</sub>: AnticipatingMachine

c. LTS<sub>5</sub>: CancellableMachine

# Relációk csoportosítása

- **Ekvivalencia reláció (equivalence) =**

- Reflexív, tranzitív, szimmetrikus

## Kongruencia reláció (congruence)

- Ha  $T1=T2$ , akkor minden  $C[ ]$  környezetre  $C[T1]=C[T2]$
- Azonos kiterjesztés megőrzi az ekvivalenciát
- Nyelvfüggő:  $C[ ]$  beillesztés hogyan történik

- **Finomítási (rendezési) reláció (preorder)  $\leq$**

- Reflexív, tranzitív, antiszimmetrikus

## Prekongruencia reláció (precongruence) $\leq$

- Ha  $T1 \leq T2$ , akkor minden  $C[ ]$  környezetre  $C[T1] \leq C[T2]$
- A beágyazás megőrzi a relációt



# Formalizmusok

- Ekvivalencia és finomítási relációk modellje:  
**LTS** (Labeled Transition System)

$$LTS = (S, Act, \rightarrow)$$

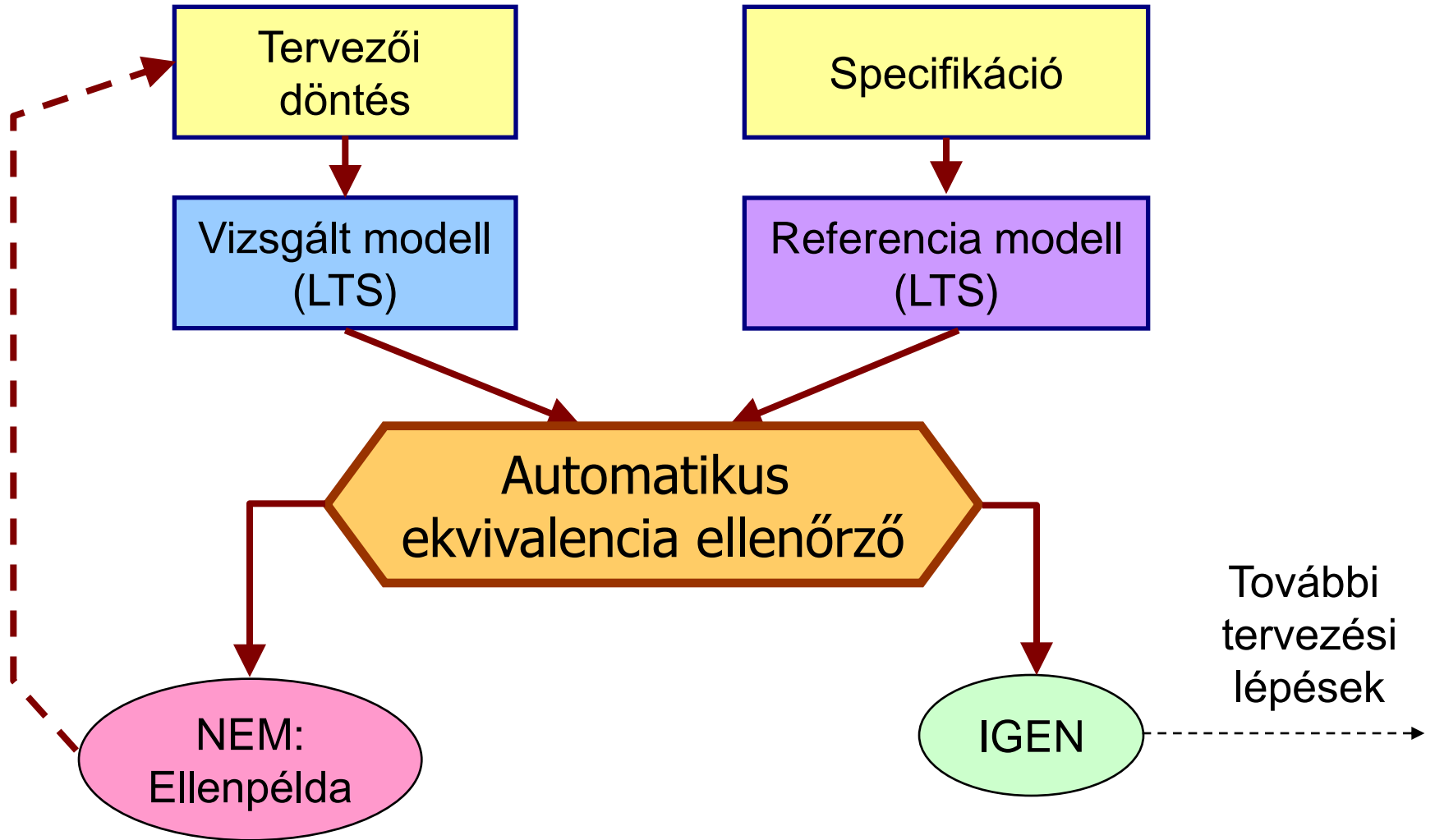
$S$  az állapotok halmaza

$Act$  az akciók halmaza

$\rightarrow \subseteq S \times Act \times S$  az állapotátmeneti reláció

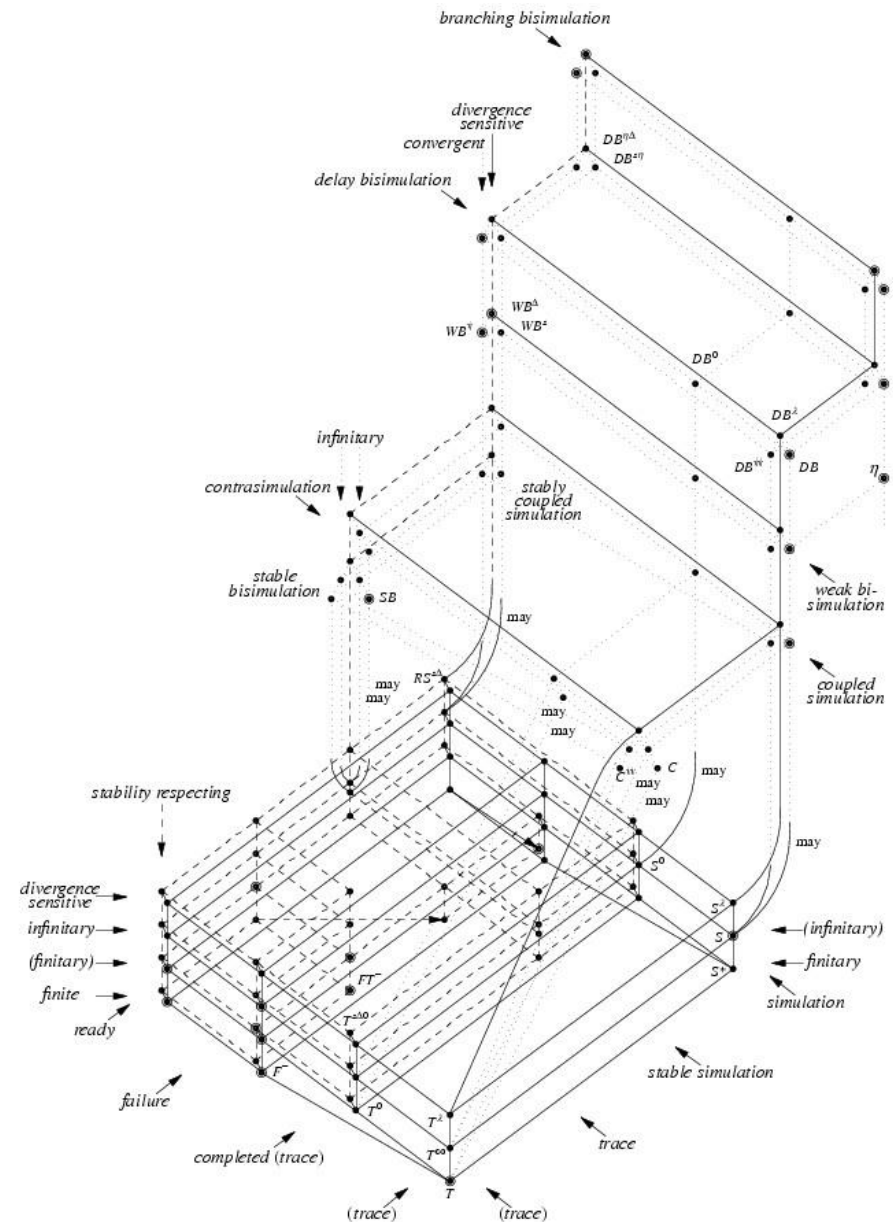
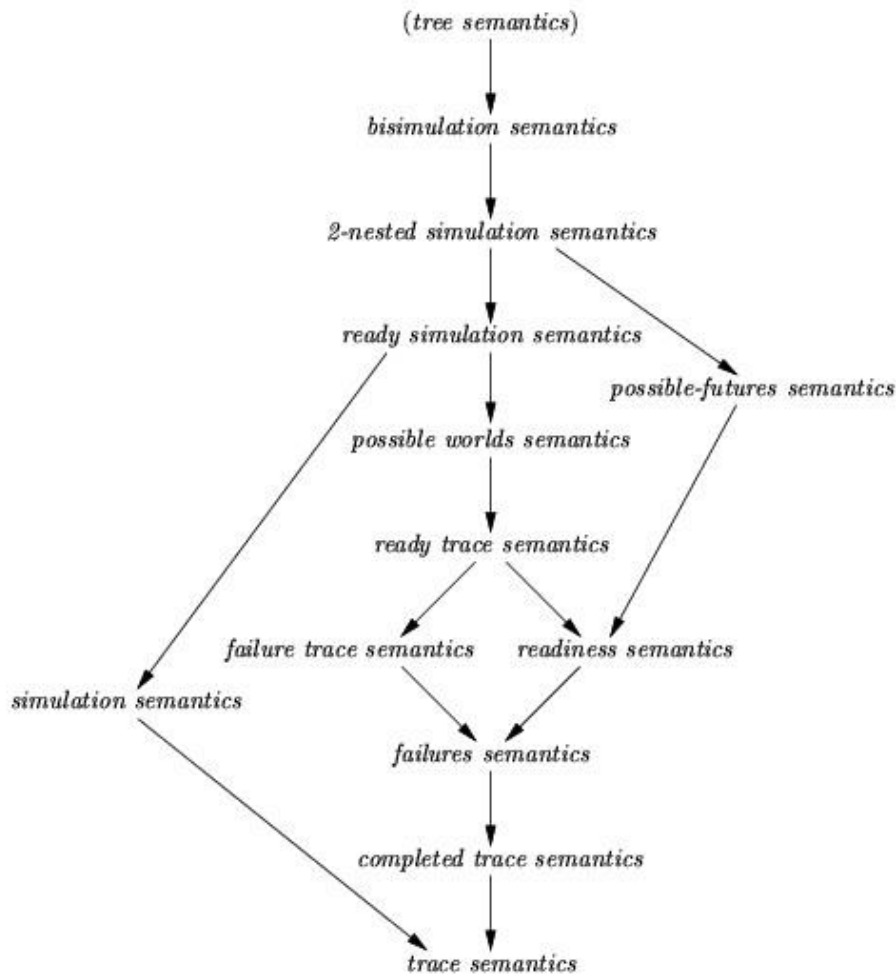
- LTS-ek magasabb rendű formalizmusokból (műveleti szemantikával) származhatnak
  - Processz algebra, Petri-háló, állapottérkép, ...

# Ekvivalencia ellenőrzés



# Relációk: Miért van ennyiféle?

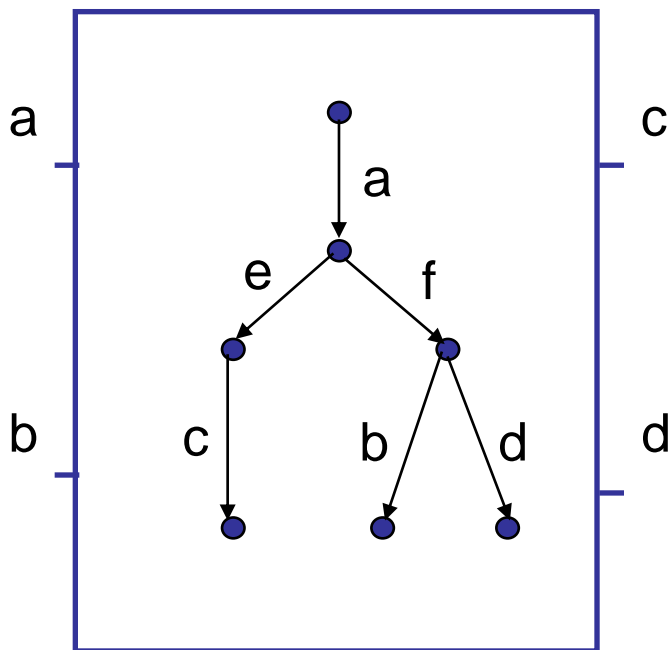
## Relációk hierarchiája:



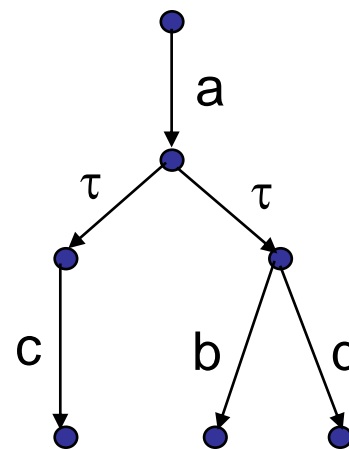
# Befolyásoló tulajdonságok

- Az akciók megfigyelhetősége:
  - **Megfigyelhető akciók:** A vizsgált komponens (modul) interfészen megjelenő, a környezet számára releváns interakció
    - Pl. metódus hívása, hívás kiszolgálása; üzenet küldése, fogadása
  - **Nem megfigyelhető (belső) akciók:** Az interfészen nem megjelenő, vagy a környezet számára közvetlenül nem releváns viselkedés
    - Pl. belső vagy figyelmen kívül hagyható hívások, üzenetek
    - *Hatása* észlelhető a rákövetkező akciókon keresztül
    - Jelölése:  $i$ , vagy  $\tau$
- Nemdeterminizmus:
  - Egy állapotból több, azonosan címkézett átmenet
    - „Image finite system”: ezek száma véges
  - Absztrakt modellekben szokásos, finomítás során eltűnik
- Konkurens modellek szemantikája:
  - Átlapolódás (interleaving)
  - Valódi konkurencia (true concurrency)

# Belső akciók (példa)



Komponens  
belső viselkedés



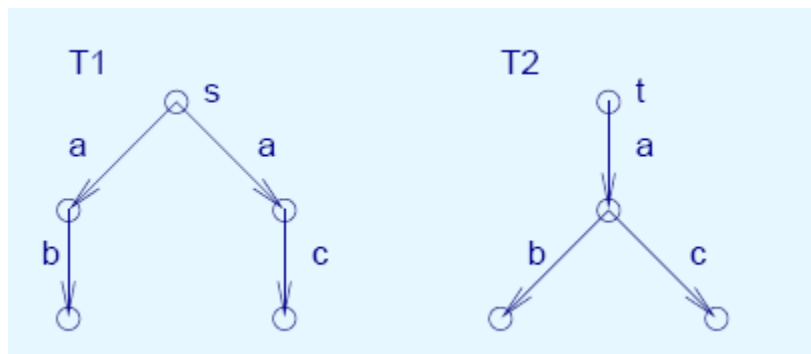
Megfigyelhető  
viselkedés

# „Tesztelés” és „holtpont” (deadlock) értelmezése

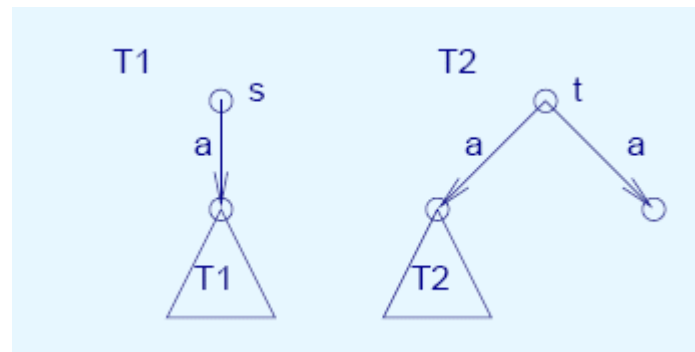
- „Tesztelés” értelmezése LTS-eken:
  - Rendszer mint fekete doboz, interfésszel (portok)
  - **Teszt lefutás:** Interakció a környezettel:  
Szinkronizáció sorozat a portokon keresztül
    - Üzenet küldése és fogadása
    - Esemény kiváltása és annak feldolgozása
- „Holtpont” (deadlock) értelmezése:
  - A környezet egy interakciót indít,  
de arra a rendszer **nem reagál** (interakció nem jön létre)
    - Üzenet küldése és fogadása nem történik meg
    - Esemény feldolgozása nem történik meg
  - **Teszt „hibázik”:** A kívánt interakció nem lehetséges
  - **Analógia:** Zongora reteszkelhető billentyűkkel
    - Sikeres teszt: Lejátszható dallam

# Példák a holtpont értelmezésére

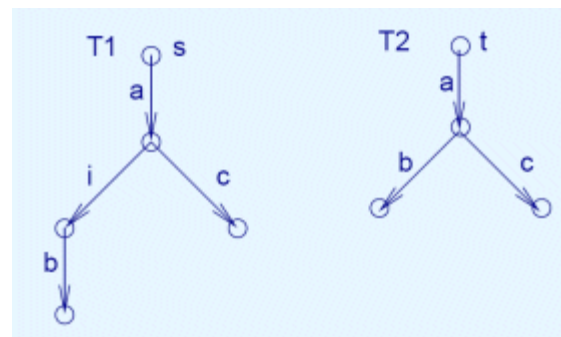
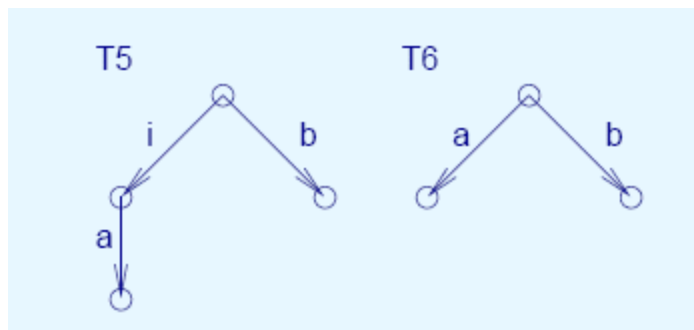
- T1 és T2 ekvivalenciája:



„Rekurzív” modell:



- Belső akció szerepe:



# Ekvivalencia relációk



# I. Trace ekvivalencia: Jelölések

- Minta: Automaták

$$A_1 = A_2 \text{ ha } L(A_1) = L(A_2)$$

- LTS-ek esetén:

- Minden állapot elfogadó állapot

- „Nyelv”: Minden lehetséges akciószekvencia (trace)

- Jelölések:

$\alpha = a_1 a_2 a_3 a_4 \dots a_n \in Act^*$  véges akciószekvencia ( $\varepsilon$  az üres)

$s \xrightarrow{\alpha} s'$  ha  $\exists s_0 s_1 \dots s_n$  állapotsorozat ahol  $s_0 = s$ ,  $s_n = s'$ ,  $s_i \xrightarrow{a_{i+1}} s_{i+1}$

$\alpha(s)$  egy erős trace s-ből, ha  $\exists s' : s \xrightarrow{\alpha} s'$

$\Lambda(s)$  legyen s erős trace-einek halmaza:  $\Lambda(s) = \left\{ \alpha \mid \exists s' : s \xrightarrow{\alpha} s' \right\}$

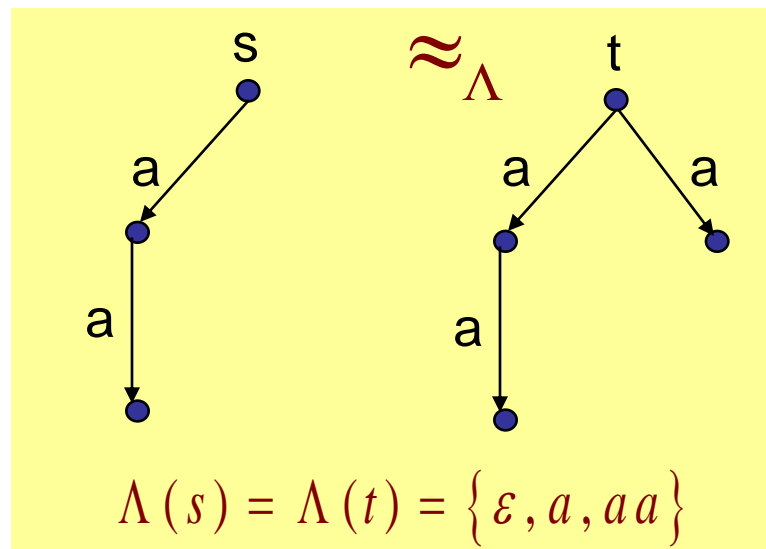
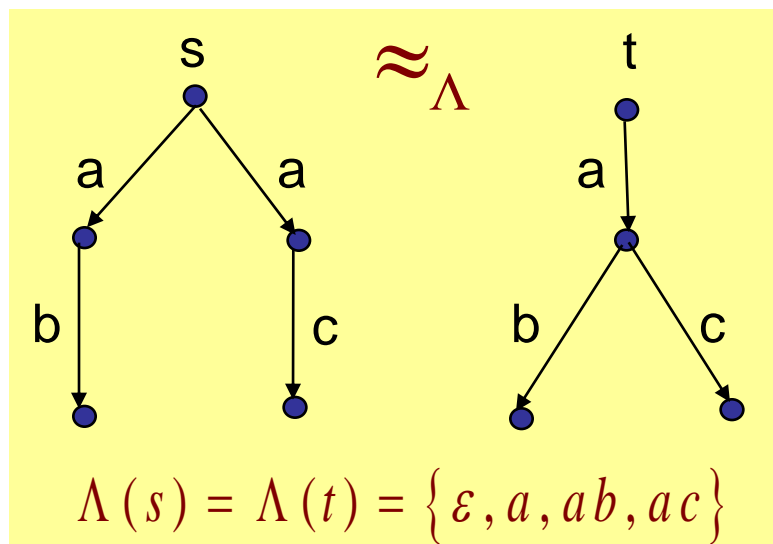
# I. Trace ekvivalencia: Definíció és példák

- Legyen  $T_1$  és  $T_2$  két LTS,  $s_1$  és  $s_2$  kezdőállapottal

- Definíció:

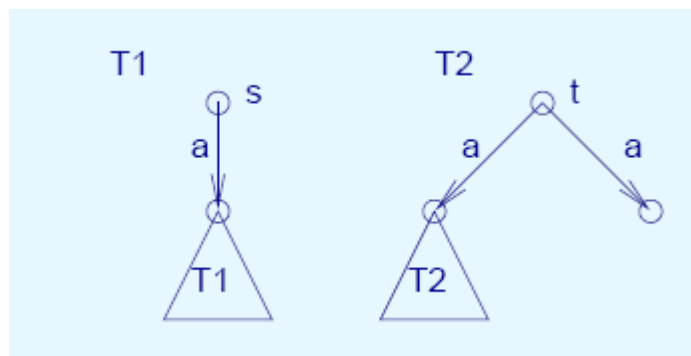
$$T_1 \approx_{\Lambda} T_2 \text{ a.c.s.a. } \Lambda(s_1) = \Lambda(s_2)$$

- Példák:



# I. Trace ekvivalencia: Problémák

- Érzékenység a deadlock-ra
  - Ekvivalens LTS-ekre más-más deadlock viselkedés
  - Oka pl. a nemdeterminizmus
  - Azonos trace-ek, de különböző állapotokon keresztül



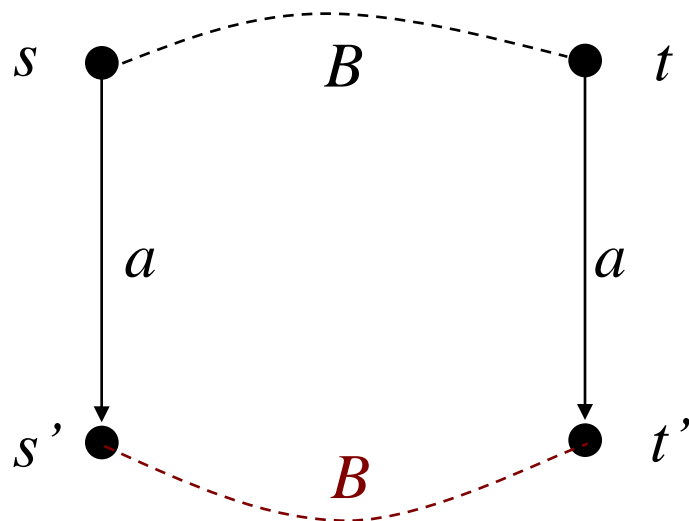
- Megoldás:
  - Ekvivalencia relációk, amelyek előírják **ekvivalens állapotok** bejárását

## II. Erős biszimuláció ekvivalencia: Definíció

- Definíció:

$B \subseteq S \times S$  biszimuláció, ha minden  $(s, t) \in B$  és bármely  $a \in Act$ ,  $s' \in S$  esetén fennáll:

- ha  $s \xrightarrow{a} s'$  akkor  $\exists t' : t \xrightarrow{a} t'$  és  $(s', t') \in B$
- ha  $t \xrightarrow{a} t'$  akkor  $\exists s' : s \xrightarrow{a} s'$  és  $(s', t') \in B$



## II. Erős biszimuláció ekvivalencia: Tulajdonságok

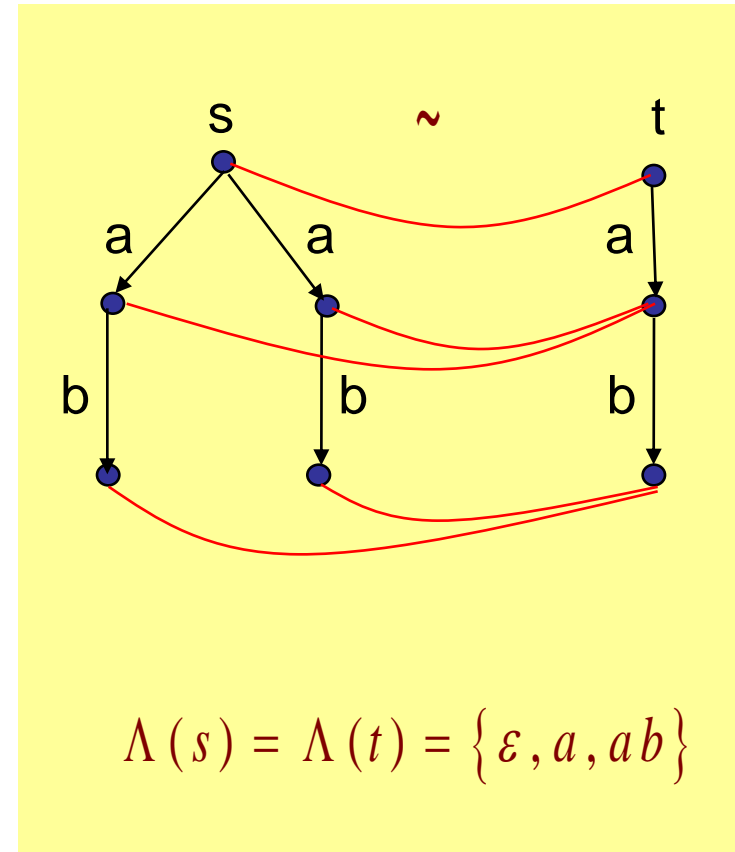
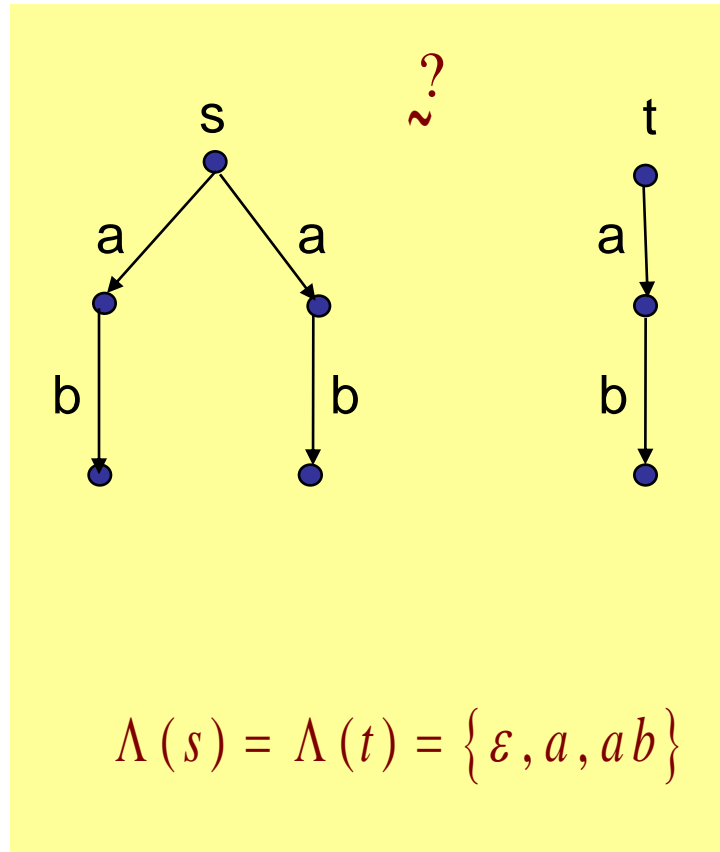
- Erős biszimuláció ekvivalencia:

$$T_1 \sim T_2 \text{ a.c.s.a. } s_1 \sim s_2 \text{ azaz } \exists B : (s_1, s_2) \in B$$

- Intuitív: Egymás viselkedését „szimulálják”
  - Ekvivalens állapotokban illeszkedő átmenetek
  - Azonos akciószekvenciák ekvivalens állapotokon át
- Kedvező tulajdonságok:
  - Erős biszimuláció következménye a trace ekvivalencia (determinisztikus LTS-re egybeesnek)
  - **Kongruencia** CCS LTS-ekre (fa, csúcsokhoz csatlakozás)
  - Erős biszimuláció ekvivalens rendszerek deadlock szempontjából azonosak (ha ez egyikben deadlock lehet, akkor a másikban is)

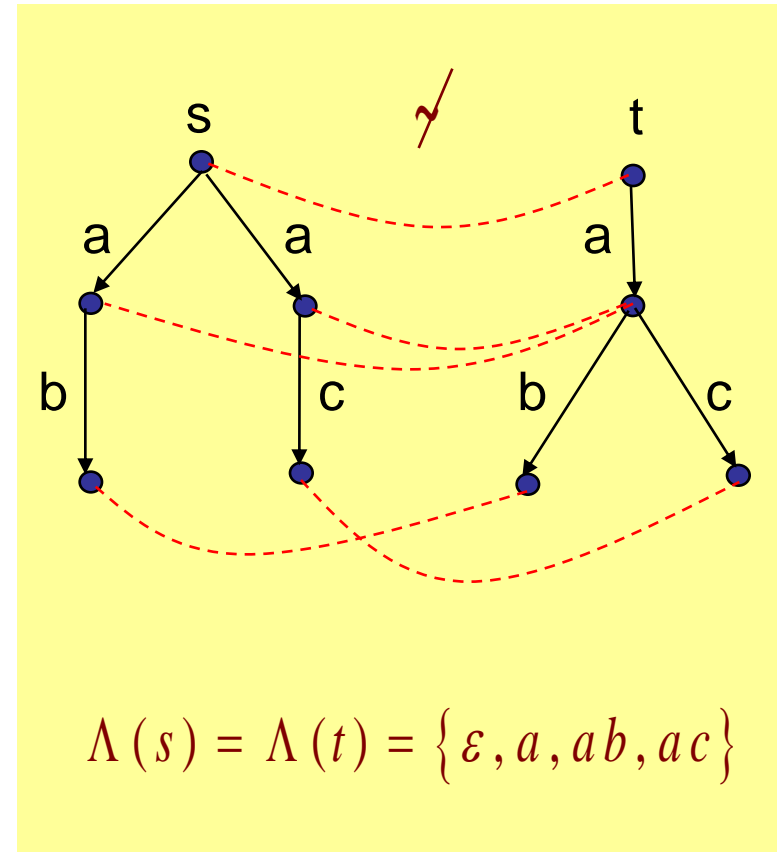
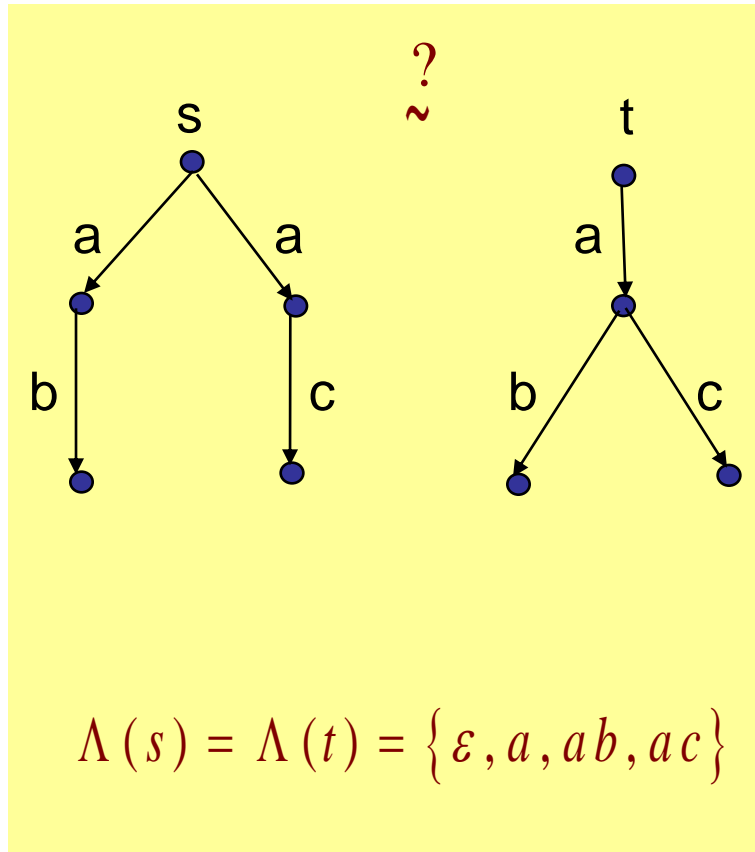
## II. Erős biszimuláció ekvivalencia: Példák

- Példa:



## II. Erős biszimuláció ekvivalencia: Példák

- Példa:



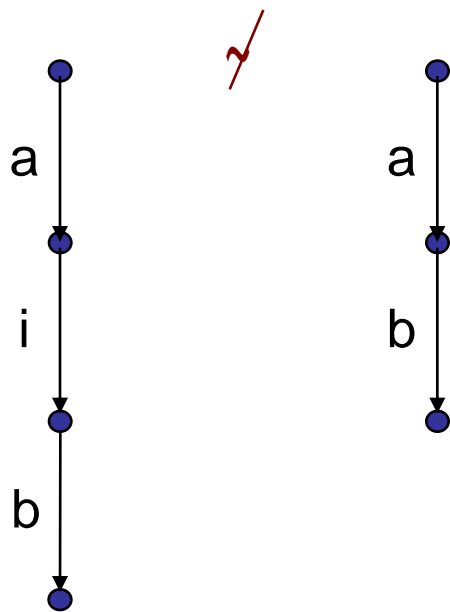
## II. Erős biszimuláció: Deadlock formalizálása

- Deadlock lehetőség kifejezése a Hennessy-Milner logika segítségével:
  - Az  $a$  akcióra:  $[a]\text{false}$ 
    - Ez csak akkor lehet igaz, ha nincs  $a$ -val címkézett átmenet, azaz  $a$ -ra deadlock van!
  - Egy akcióhalmazra:  $\{[a_1]\text{false} \wedge [a_2]\text{false} \wedge \dots \wedge [a_n]\text{false}\}$
  - Egy elért állapotban:  $\langle b_1 \rangle \dots \langle b_n \rangle \{[a_1]\text{false} \wedge \dots \wedge [a_2]\text{false}\}$
- Tétel: LTS-ekben  $T_1 \sim T_2$  a.cs.a., ha minden  $p$  HML kifejezésre
  - vagy  $T_1, s_1 \models p$  és  $T_2, s_2 \models p$ ,
  - vagy  $T_1, s_1 \not\models p$  és  $T_2, s_2 \not\models p$



## II. Erős biszimuláció ekvivalencia: Problémák

- Érzékenység a megfigyelhető hatás nélküli belső átmenetekre:
  - Nincs megfigyelhető hatás, ha a végrehajtás nem befolyásolja a további viselkedést (deadlock-ot)
  - Egyszerű példa:



### III. Gyenge biszimuláció ekvivalencia: Jelölések

- Az erős biszimuláció „gyenge” változata
  - Nem érzékeny a megfigyelhető hatás nélküli belső átmenetekre
  - Lényege: Azonos megfigyelhető akciószekvenciák ekvivalens állapotokon keresztül
- Jelölések:

$\alpha \in Act^*$  véges akciószekvencia ( $\varepsilon$  az üres)

$\hat{\alpha} \in (Act - \tau)^*$  megfigyelhető akciószekvencia ( $\tau$  törlése)

itt  $\hat{\alpha} = \varepsilon$  ha  $\alpha = \tau$

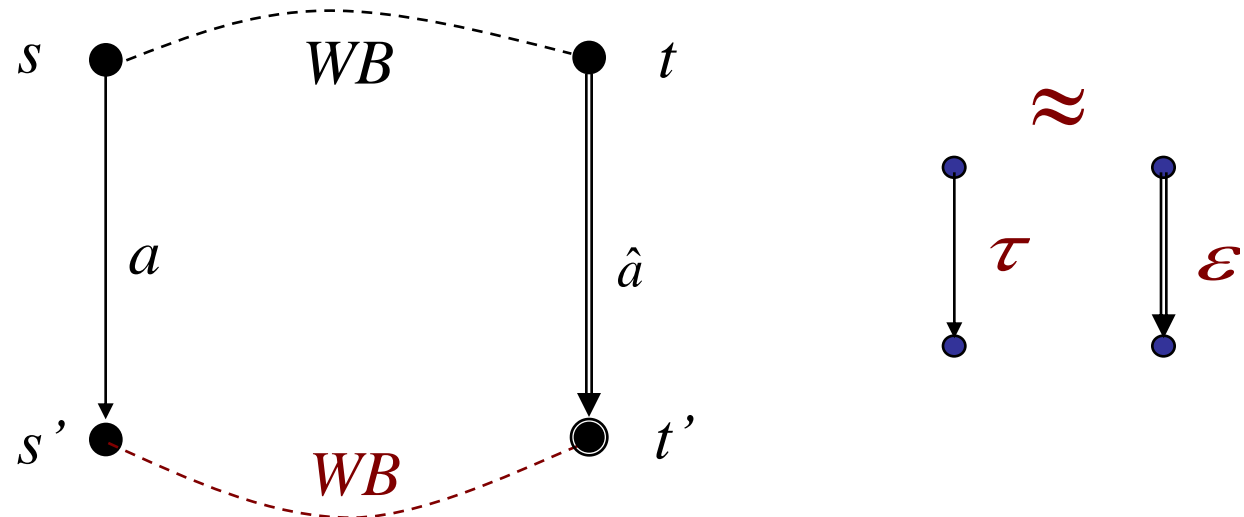
$s \xRightarrow{\beta} s'$  ha  $\exists \alpha: s \xrightarrow{\alpha} s'$  és  $\beta = \hat{\alpha}$

### III. Gyenge biszimuláció ekvivalencia: Definíció

- Definíció:

$WB \subseteq S \times S$  gyenge biszimuláció, ha minden  $(s, t) \in WB$  és bármely  $a \in Act$ ,  $s', t' \in S$  esetén fennáll:

- ha  $s \xrightarrow{a} s'$  akkor  $\exists t' : t \xRightarrow{\hat{a}} t'$  és  $(s', t') \in WB$
- ha  $t \xrightarrow{a} t'$  akkor  $\exists s' : s \xRightarrow{\hat{a}} s'$  és  $(s', t') \in WB$

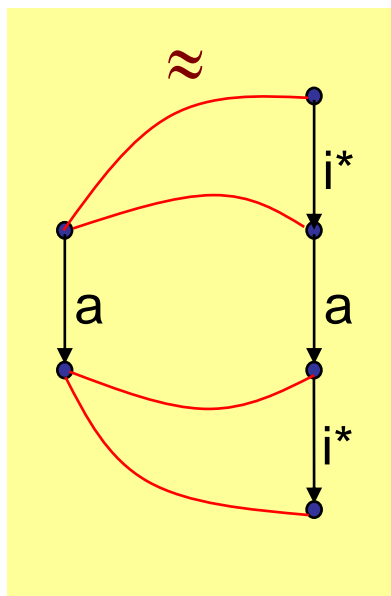
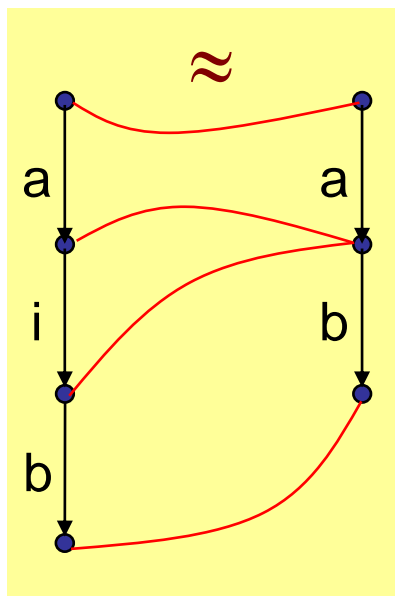


### III. Gyenge biszimuláció ekvivalencia: Példák

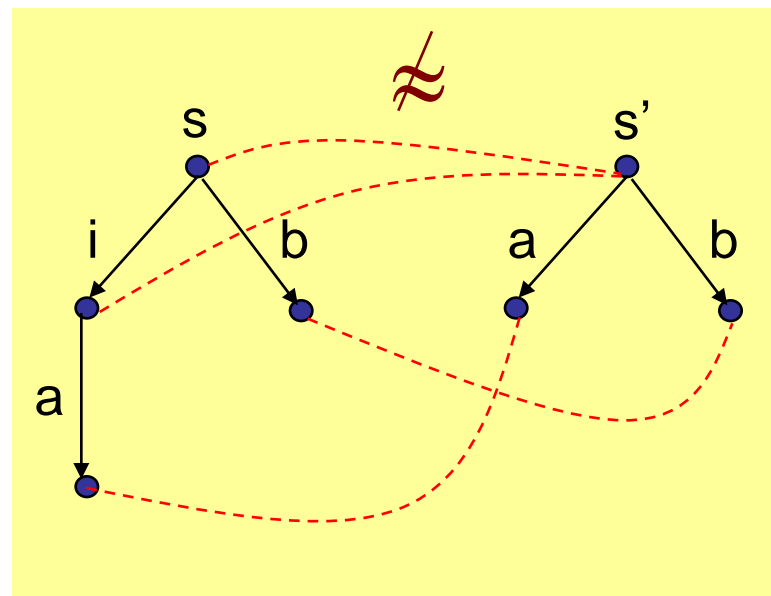
- Gyenge biszimuláció ekvivalencia  
= Megfigyelési ekvivalencia (observation equiv.)

$$T_1 \approx T_2 \text{ a.c.s.a. } s_1 \approx s_2 \text{ azaz } \exists WB : (s_1, s_2) \in WB$$

- Példák:



Hatással járó belső tranzíció:



### III. Gyenge biszimuláció: Deadlock formalizálás

- HML variáns megfigyelhető akciókra:

$HML^* ::= true \mid false \mid p \wedge q \mid p \vee q \mid [[a]]p \mid \langle\langle a \rangle\rangle p$

- Szemantika:

– **H3\***:  $T, s \models [[a]]p \quad \text{a.cs.a.} \quad \forall s' \text{ ahol } s \Rightarrow^a s': s' \models p$

– **H4\***:  $T, s \models \langle\langle a \rangle\rangle p \quad \text{a.cs.a.} \quad \exists s': s \Rightarrow^a s' \text{ és } s' \models p$

- Tétel: LTS-ekben  $T_1 \approx T_2$  a.cs.a.

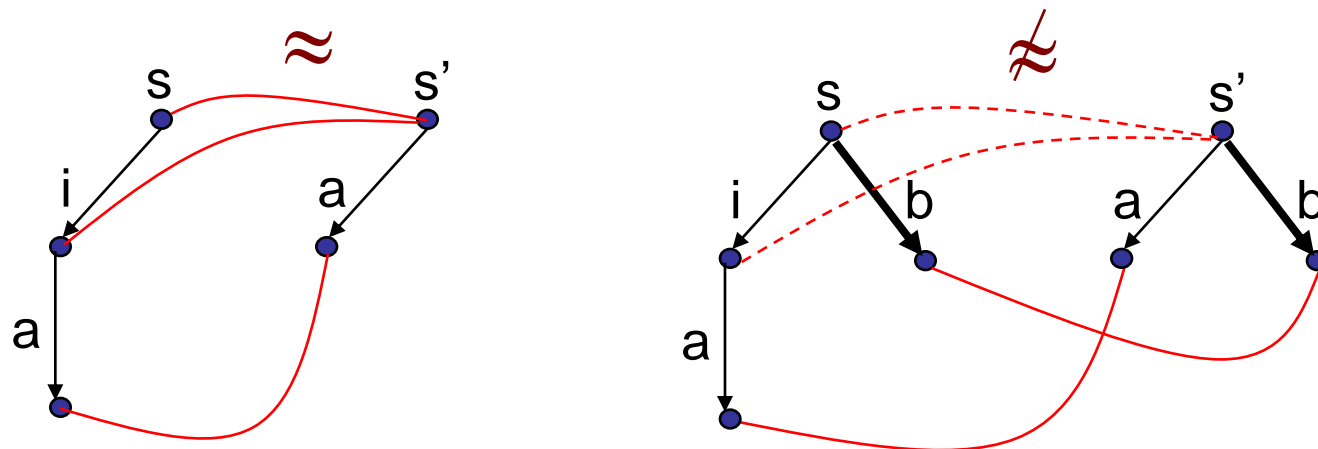
ha minden  $p$   $HML^*$  kifejezésre

– vagy  $T_1, s_1 \models p$  és  $T_2, s_2 \models p$

– vagy  $T_1, s_1 \not\models p$  és  $T_2, s_2 \not\models p$

### III. Gyenge biszimuláció ekvivalencia: Tulajdonságok

- Nem kongruencia CCS LTS-re (ellenpélda van)



- Érdekesség: Legmegengedőbb kongruencia reláció, amiből következik a gyenge biszimuláció ekvivalencia:

$s \approx^c t$ , ha bármely  $a \in Act$ ,  $s', t' \in S$  esetén fennáll:

- ha  $s \xrightarrow{a} s'$  akkor  $\exists t': t \xRightarrow{a} t'$  és  $s' \approx t'$
- ha  $t \xrightarrow{a} t'$  akkor  $\exists s': s \xRightarrow{a} s'$  és  $s' \approx t'$

# Ekvivalencia relációk számítási módszere

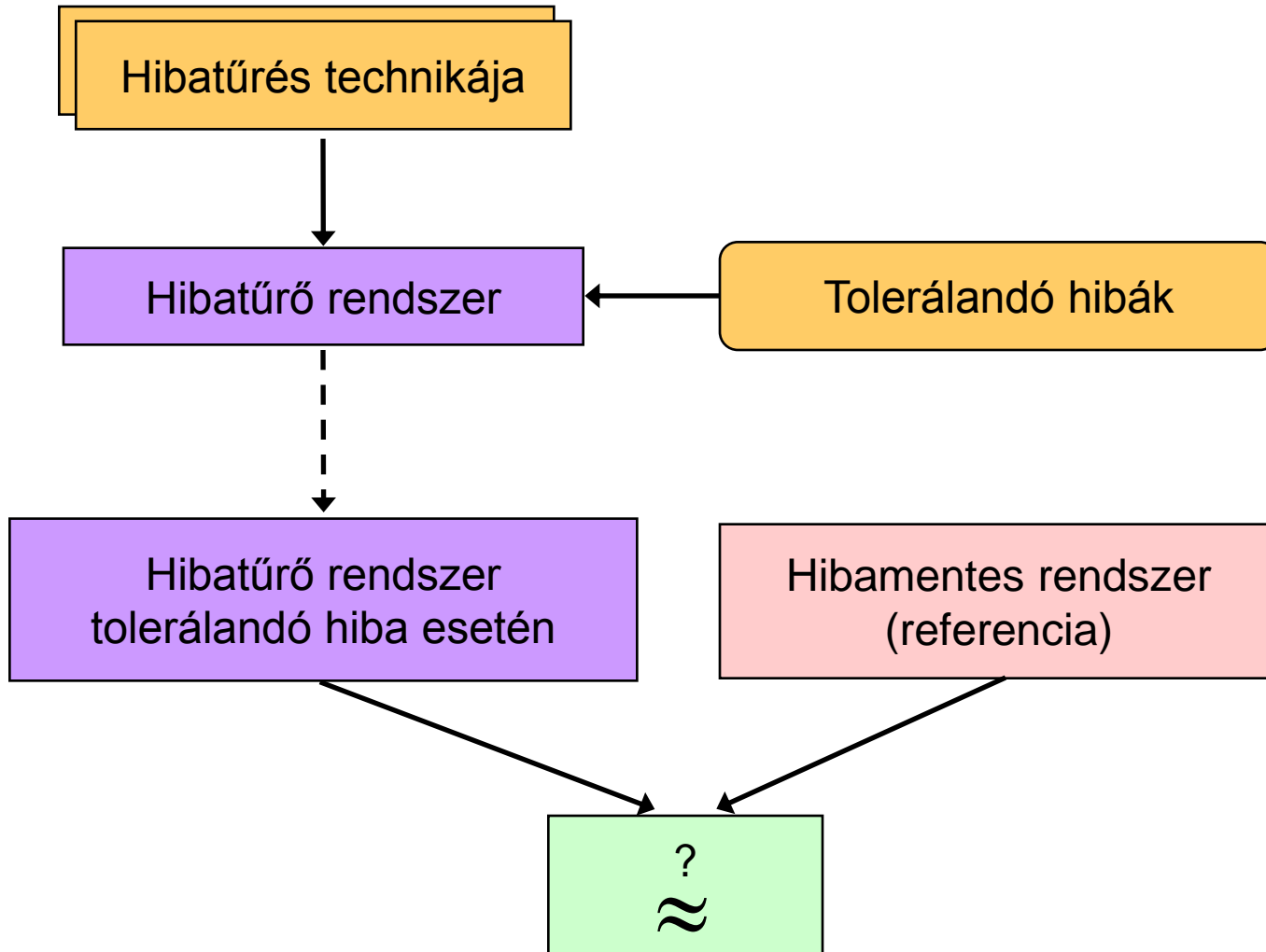
## Partíció finomítás

1. Kezdetben minden állapotpár eleme a relációnak  
Egy partíciót (ekvivalencia osztályt) képeznek
2. Minden állapotpárra:  
Ha az egyikből indulva van olyan átmenet,  
ami a másiktól indulva a definíció szerint nem szimulálható, akkor
  - Az adott állapotpár kizárása (nem ekvivalensek);
  - A következmények végigvezetése a bejövő átmenetek végein lévő állapotokra
    - Nem ekvivalensek, ha nem ekvivalens állapotokba kerülnek
3. Ha már nincs változás (fixpont):  
Végleges ekvivalencia osztályok adódtak  
Ha a kezdőállapotok azonos ekvivalencia osztályban vannak,  
akkor az LTS-ek ekvivalensek

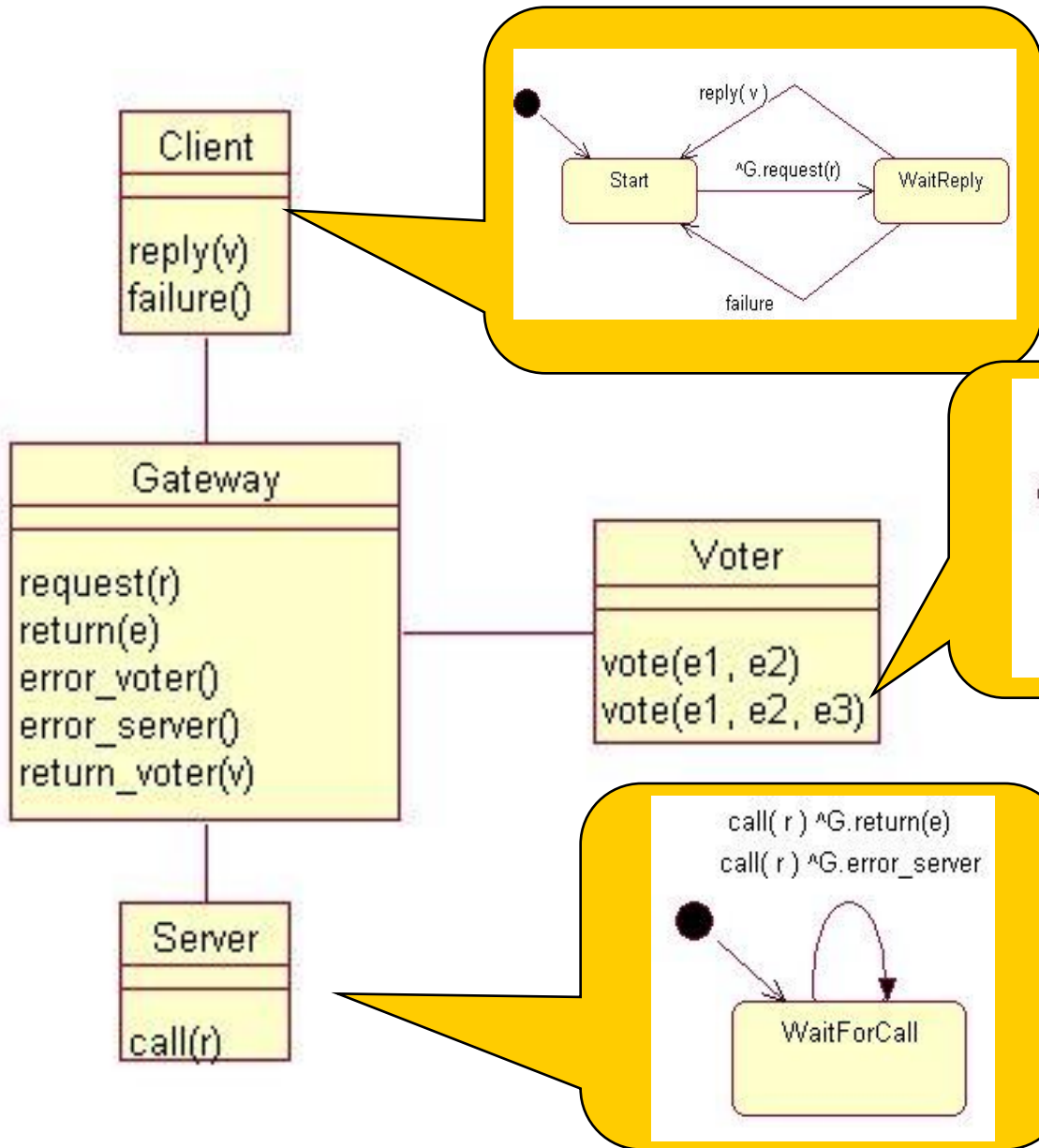
**Esettanulmány:**  
**Hibatűrés ellenőrzése megfigyelési  
ekvivalencia reláció használatával**



# Mintapélda: Hibatűrés verifikációja



# Rendszerarchitektúra



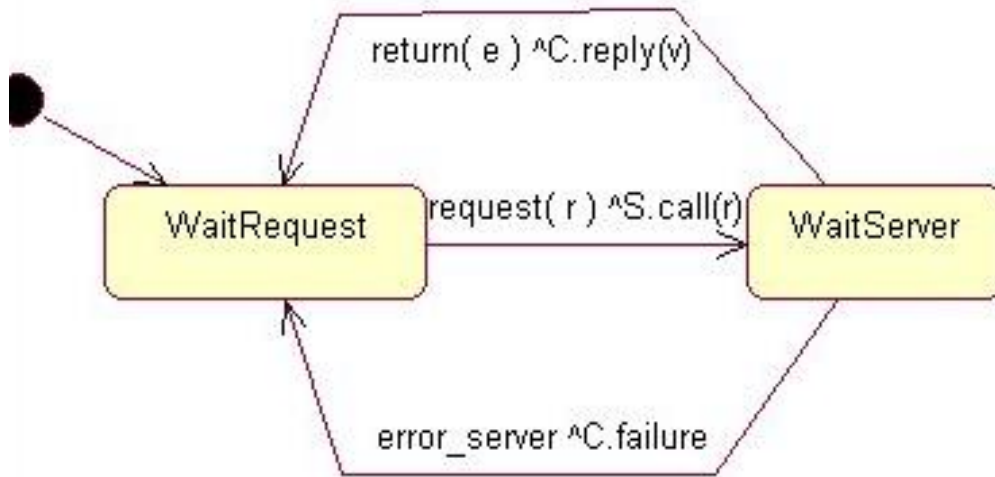
Hibamodell: Szerver által adott válasz **adathibája**

Hibatűrés: Szavazás és alternatív szerver

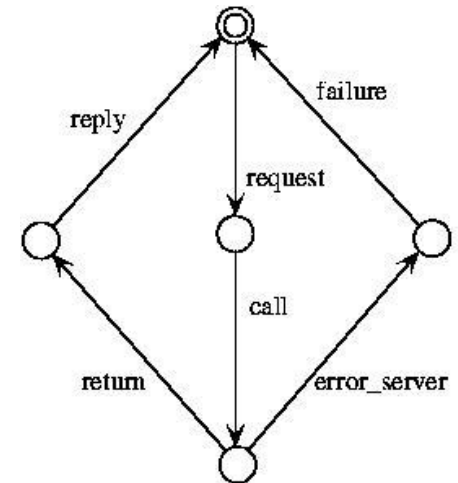
Ellenőrzés a kliens szempontjából:  
Gateway viselkedése megfigyelhető

# A Gateway komponens hibatűrés nélküli viselkedése

- Állapotdiagram:

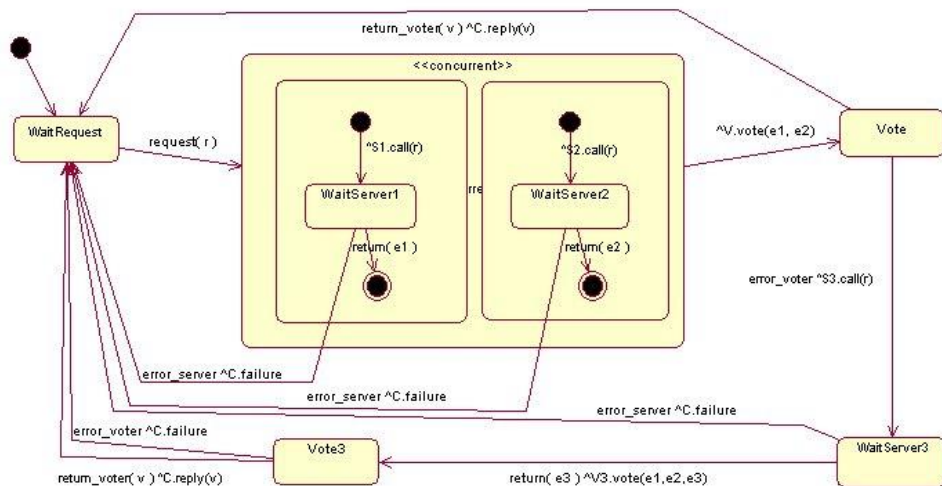


- LTS megfelelője:

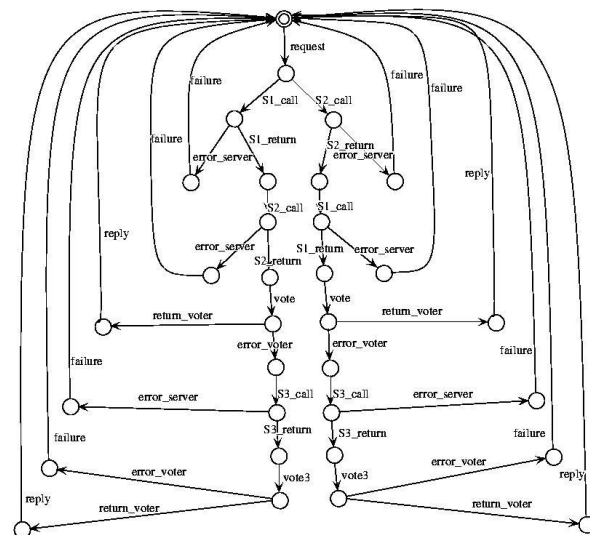


# A Gateway komponens hibatűrés esetén

- Állapotdiagram:



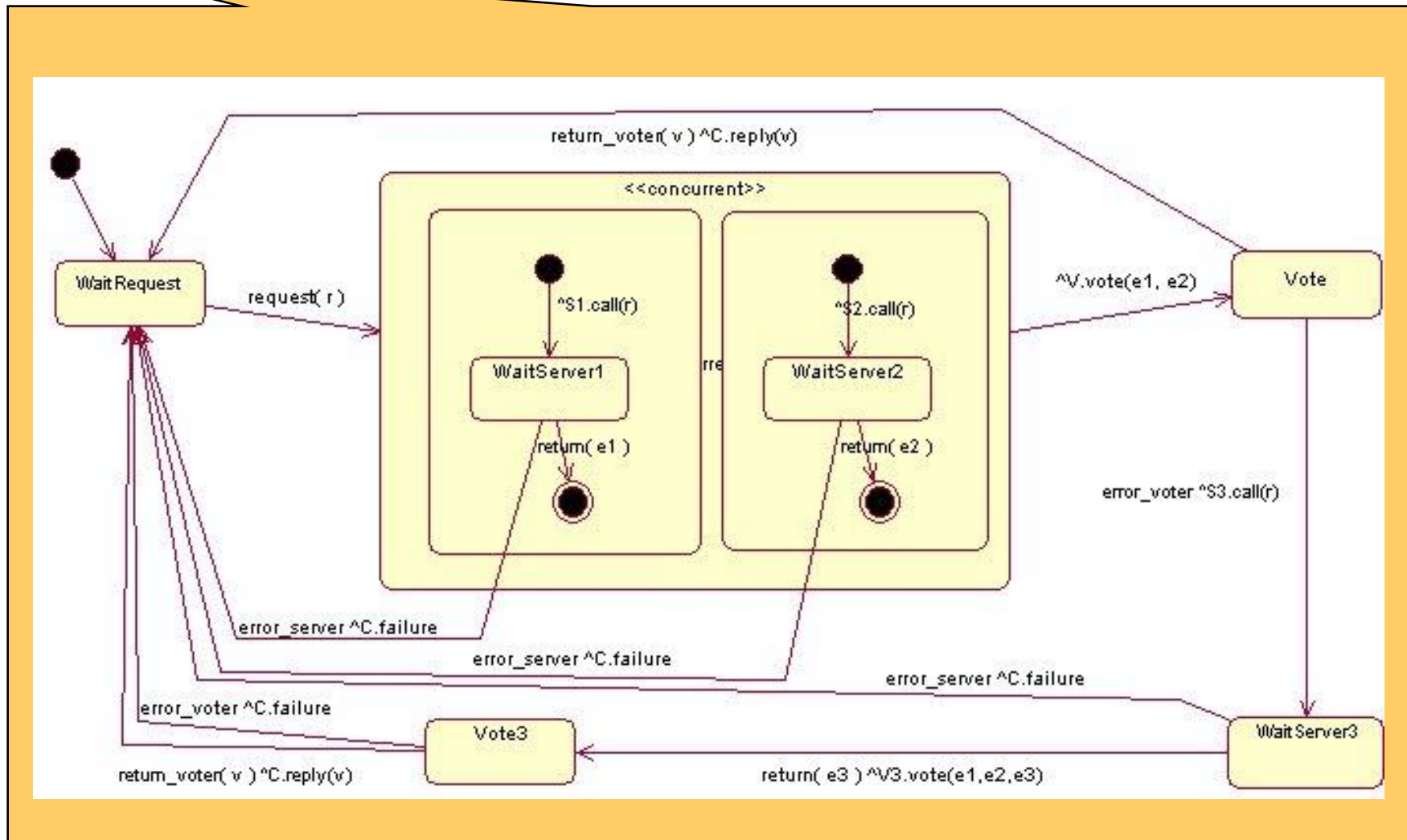
- LTS megfelelője:



# A Gateway komponens hibatűrés esetén

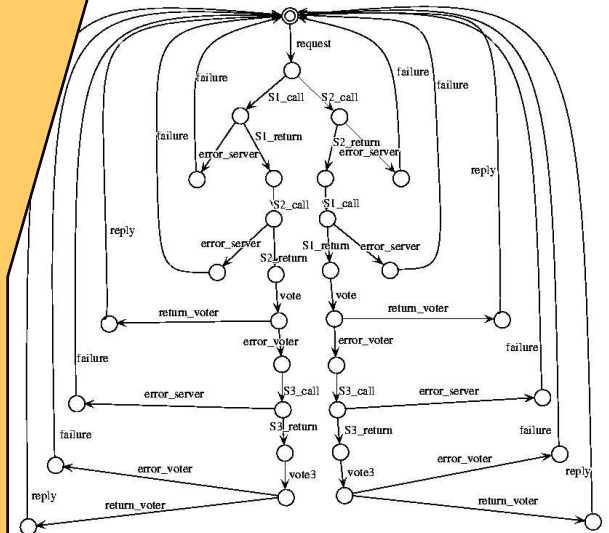
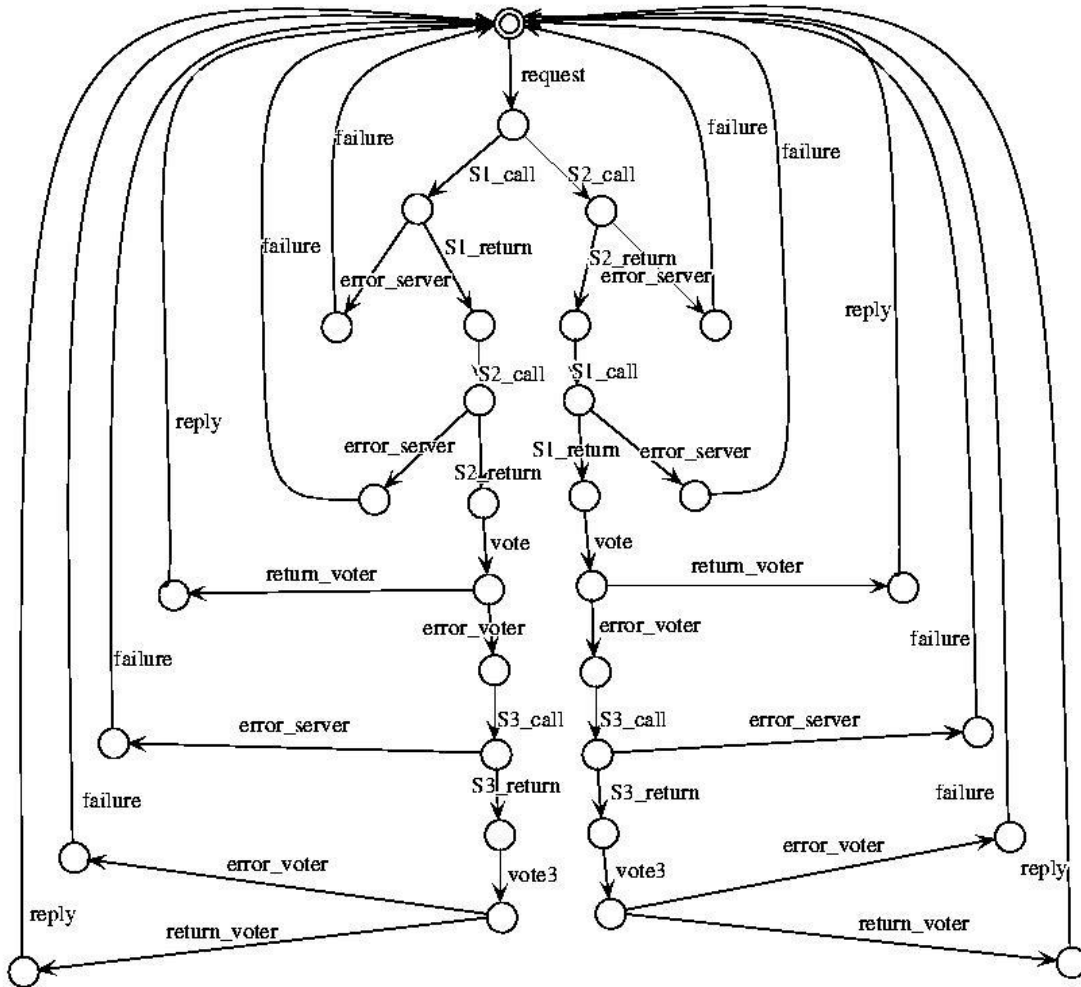
- Állapotdiagram:

- LTS megfelelője:

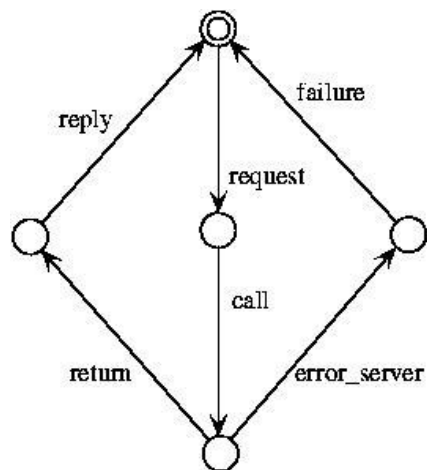


# A Gateway komponens hibatűrés esetén

LTS megfelelője:

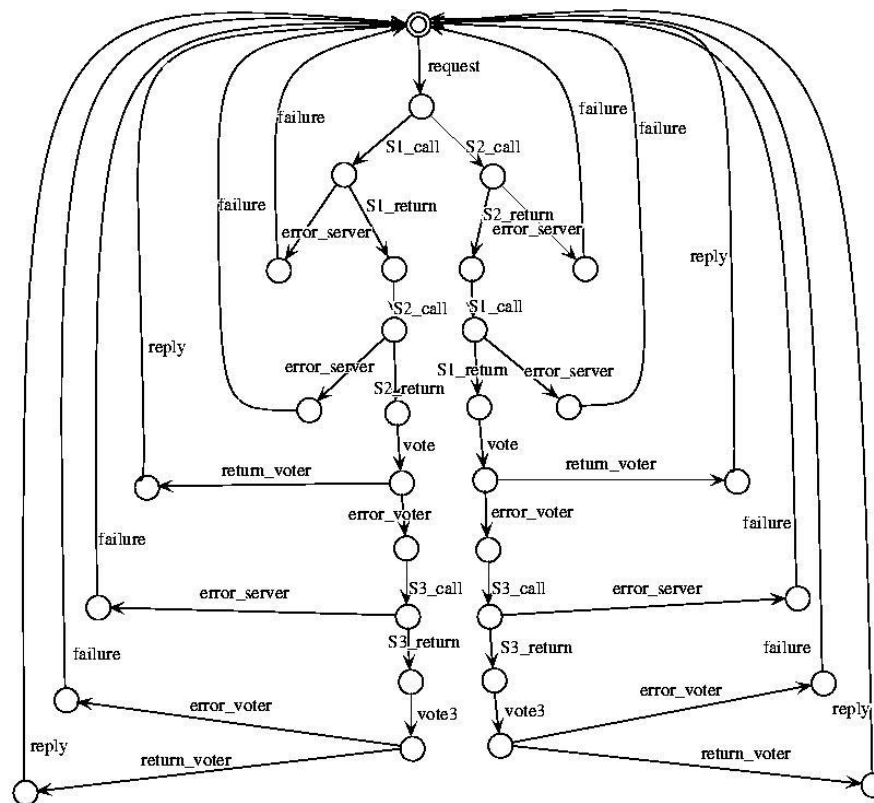


# Viselkedési ekvivalencia igazolása



Gateway  
referencia  
viselkedés

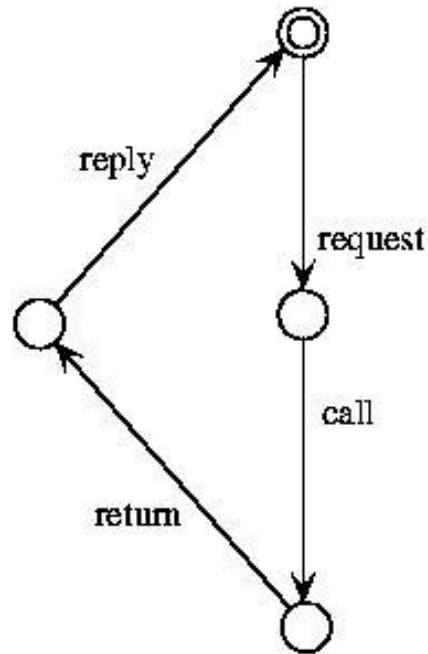
≈



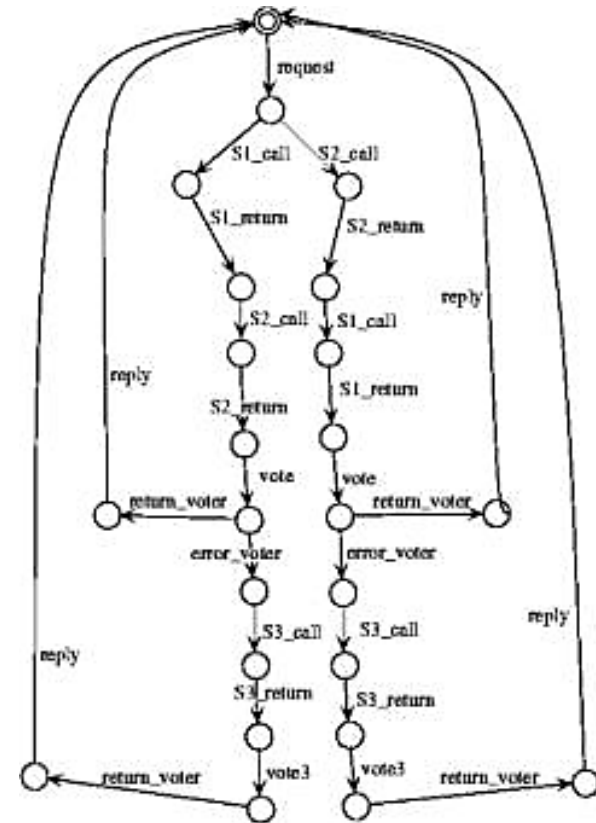
Így igazolható, hogy a  
kliens számára  
transzparens a hibatűrő  
mechanizmus működése.

Hibatűrő Gateway teljes viselkedése;  
Itt minden olyan akció  $\tau$  lesz,  
ami nincs a referencia viselkedésben!

# Hibatűrés igazolása az első szerver hibája esetén



Hibamentes  
Gateway



Hibatűrő Gateway a hiba esetén;  
Itt minden olyan akció  $\tau$  lesz,  
ami nincs a referencia viselkedésben

Az adott hiba esetén a kliens  
szempontjából megvalósul a  
hibatűrés.