Sztochasztikus Petri-hálók

Teljesítmény és megbízhatóság modellezés

dr. Majzik István
BME Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék

Áttekintés

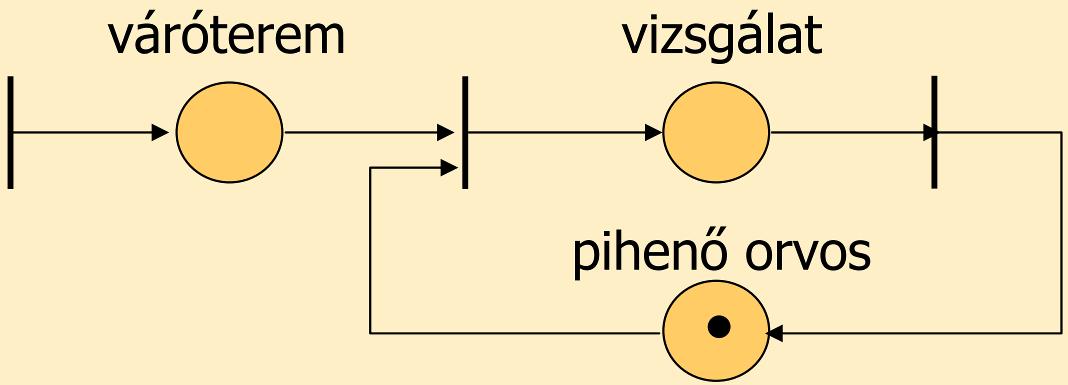
- Motiváció
- Sztochasztikus folyamatok és modellek
  - Folytonos idejű Markov láncok
- Sztochasztikus Petri-hálók
  - SPN, GSPN, DSPN, TPN, SRN
  - Időzítési szemantikák
- Követelmények formalizálása
  - Sztochasztikus temporális logikák
- Összefoglalás

Motiváció

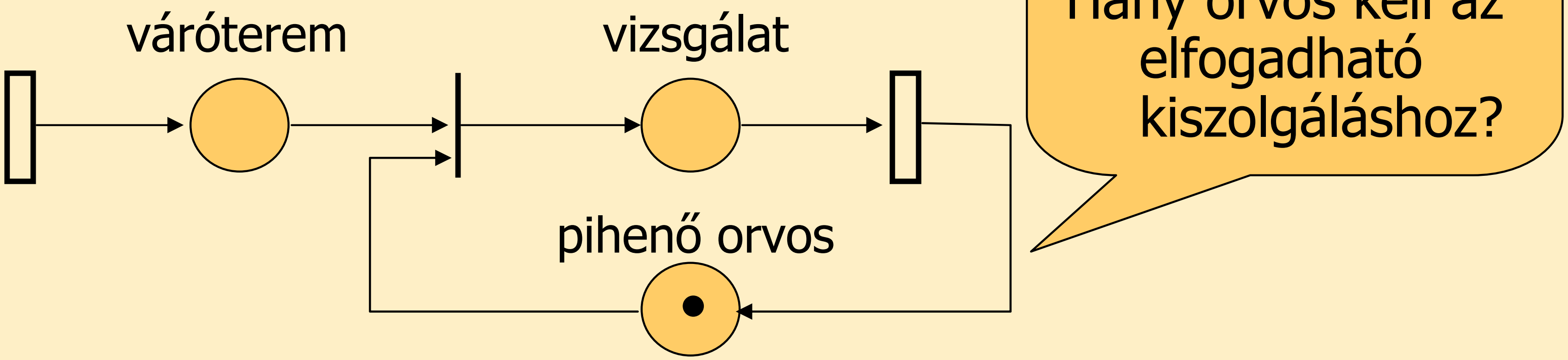
- Eddig: Funkcionális, kvalitatív modellezés
  - Biutonsági, élőségi jellegű követelmények
  - Állapotok vagy átmenetek bekövetkezése, elérhetősége
- Bővítés: Nem-funkcionális, kvantitatív modellezés
  - Teljesítmény követelmények
  - Megbízhatóság (szolgáltatásbiztonság)
- Ezen követelmények jellemzői
  - Időbeliség (pl. határidők, válaszidők, feldolgozási idők)
  - Valószínűségek (pl. hiba, üzenetvesztés)
- Informatikai rendszerek modelljei
  - Diszkrét állapottér
  - Folytonos idő

Egy példa

- Egyszerű Petri-háló modell:



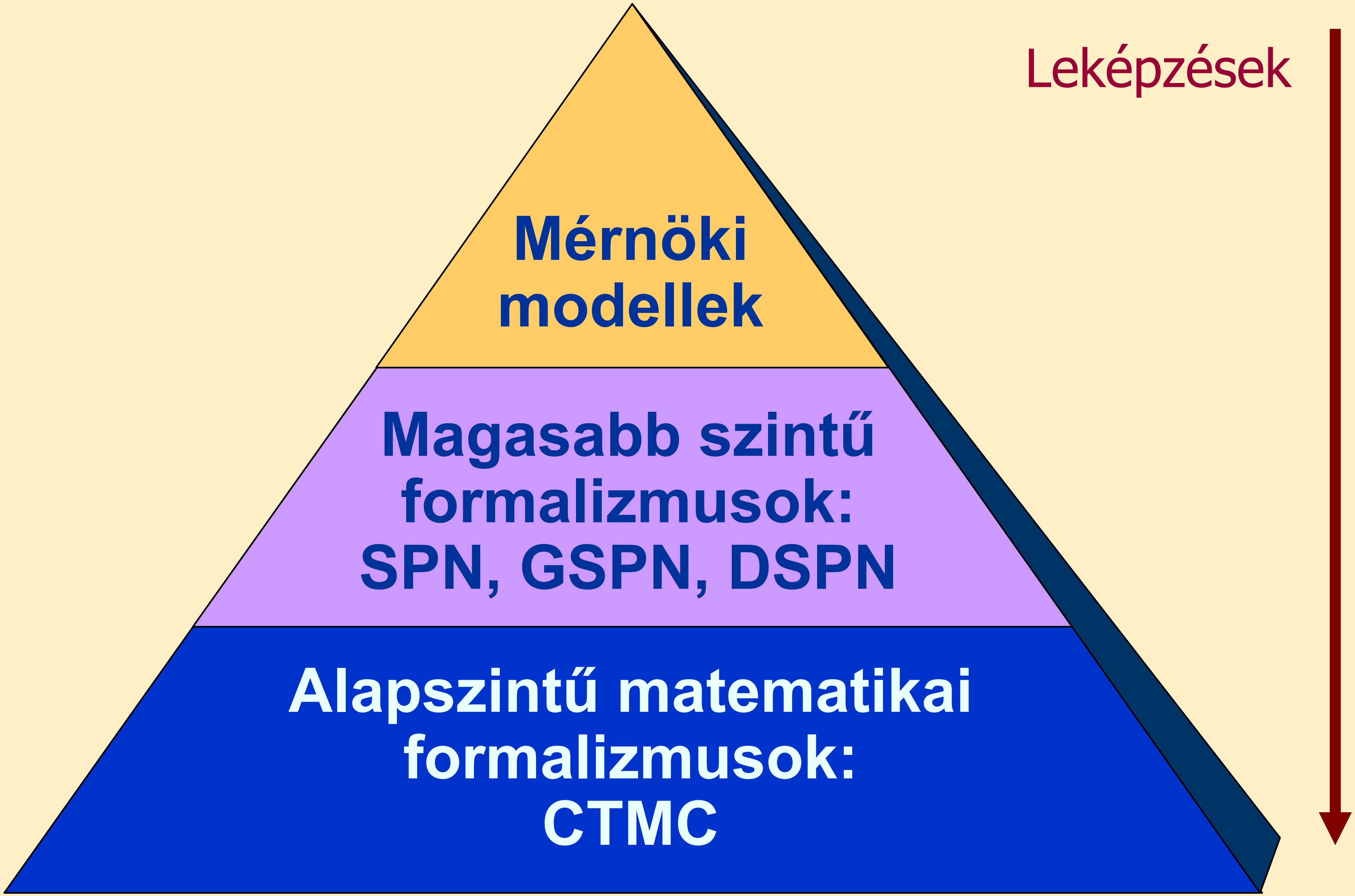
- Időzítéseket is tartalmazó modell:



Mire jó ez a típusú modellezés?

- Modellezés ismert előnye: Vizsgálatok a tervezési fázisban (még a költséges implementáció előtt)
  - Tervezői döntések igazolása
  - Alternatívák összevetése
  - Paraméterek „hangolása”
- A modellezés szokásos problémája: Valósághűség
  - Paraméterek: Idő és valószínűségi paraméterek is
    - Rendelkezésre állnak-e?
    - Ha becsült értékek, akkor hogyan validálhatók?
  - A modell komplexitásának kezelése
    - Az absztrakció meddig terjedhet?

Milyen modelleket alkalmazunk majd?

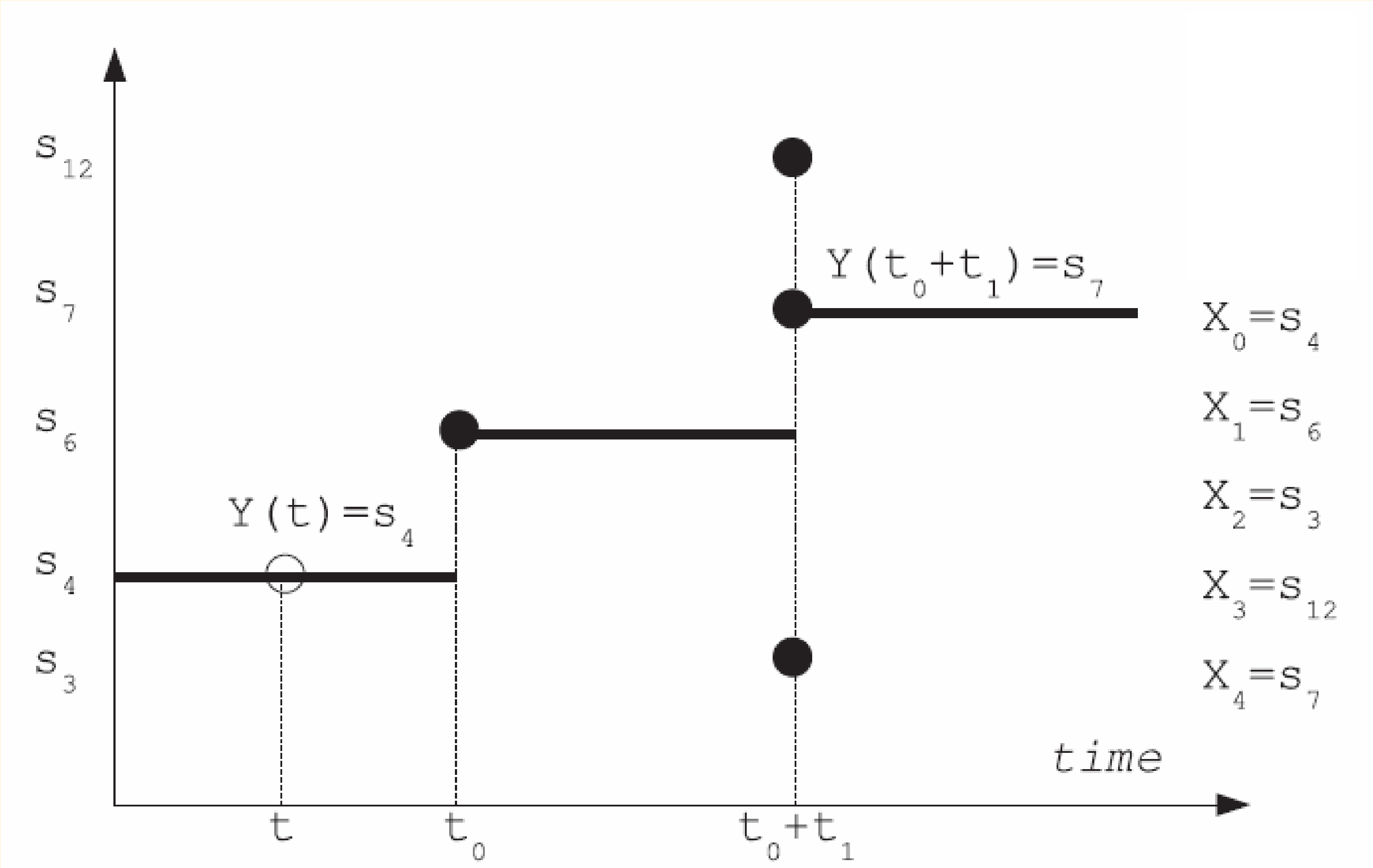


Alapszintű formalizmusok: Sztochasztikus folyamatok, folytonos idejű Markov láncok

Sztochasztikus folyamatok

- Valószínűségi változó: Véletlen kimenetelű jelenséget ír le egy adott valószínűségi térben
  - X valsz. változó valsz. eloszlásfüggvénye: $F_X(x)=P\{X\leq x\}$
  - X valsz. változó valsz. sűrűségfv: $f_x(x)=dFX(x)/d(x)$
- Sztochasztikus folyamat:
  - Informálisan: Valószínűségekkel jellemezhetően bekövetkező jelenségek modellezése, az idő paraméter függvényében
  - Precízebben:
    - Valószínűségi változók halmaza
    - Ugyanazon valószínűségi térben
    - t (idő) paraméterrel indexelve
  - Példa: Állapotok valószínűségeinek változása az időben
- Megjelenítés:
  - Trajektóriák halmaza a valószínűségi térben a folyamat állapotaira

Egy trajektória megjelenítése



- Az összes lehetséges trajektória jellemzi a sztochasztikus folyamatot

Markov folyamatok

- Olyan sztochasztikus folyamat, amelyik kielégíti a Markov tulajdonságot:

  $P\{X(t)=x \mid X(t_n)=x_n, X(t_{n-1})=x_{n-1}, \ldots, X(t_0)=x_0\} = P\{X(t)=x \mid X(t_n)=x_n\}$

  minden $t > t_n > t_{n-1} > \ldots > t_0$ esetén
- Informálisan:
  - A jövőbeli viselkedés (t-ben) csak az aktuális állapottól (t_n-ben) függ, és nem függ a korábbi állapotoktól
  - A Markov folyamatnak nincs „emlékezete” a korábbi állapotokról
- Diszkrét állapotterű Markov folyamatok: Markov láncok
  - Diszkrét állapotokban való tartózkodás idejével (tartási idő) jellemezhetők a trajektóriák
  - Tartási idő negatív exponenciális eloszlású
    - Az egyetlen eloszlásfüggvény, ami a Markov tulajdonságot teljesíti
    - Bármely időpillanatban a maradék tartási idő nem függ attól, hogy eddig mennyi időt töltött a folyamat az adott állapotban

Folytonos idejű Markov láncok (CTMC)

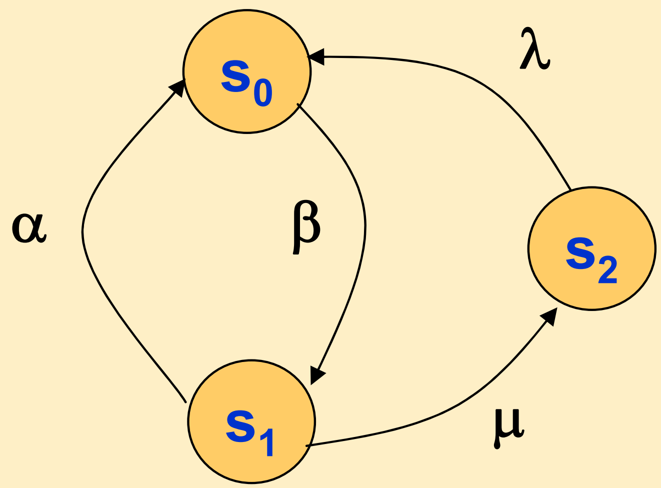
- CTMC: Continuous Time Markov Chain
  - Folytonos idő paraméter, diszkrét állapottér
- Jelölések, tulajdonságok:
  - Diszkrét állapotok: $s_0, s_1, \ldots, s_n$
  - Állapotátmenetek valószínűsége: $Q_{ij}(t_n, t_{n-1}) = P\{S(t_n)=s_j \mid S(t_{n-1})=s_i\}$
  - Homogén Markov-folyamat: $Q_{ij}(t, t+\Delta t) = Q_{ij}(\Delta t)$
    - Állapotátmenetek valószínűsége nem változik az idő függvényében
  - Állapotátmeneti intenzitás (ráta):

$$R_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} Q_{ij}(\Delta t)$$

  - Állapot elhagyás összesített rátája: $E(s) = \sum_{s' \in S} R_{s,s'}$
  - Állapot tartási ideje: $P\{\text{s-ben marad t ideig}\} = e^{-E(s)t}$

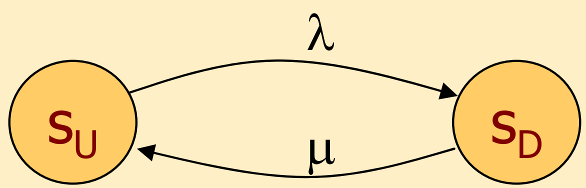
Egy egyszerű CTMC

- CTMC szokásos megjelenítése:
  - Állapotok halmaza (kezdő valószínűségekkel)
  - Minden állapotpárra az állapotátmeneti ráta (ahol nem nulla, ott van feltüntetve)



CTMC alkalmazások

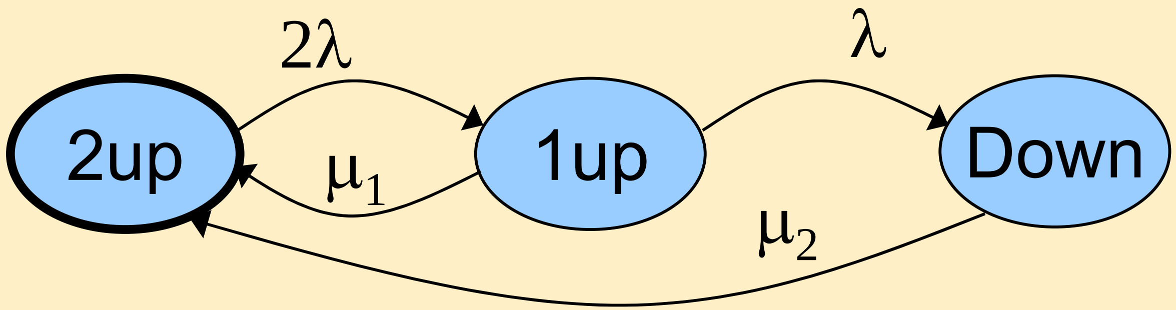
- Megbízhatósági modellezés:
  - Diszkrét állapottér: Hibamentes s_U és hibás s_D állapotok
  - Gyakorlati tapasztalat elektronikai komponensekre:
    - A hibamentes állapot tartási ideje (= meghibásodási idö) exponenciális eloszlással jellemezhető a használati tartományban
    - Az exp. eloszlásfüggvény paramétere: Meghibásodási tényező, λ
    - A javítási időt is exp. eloszlással számítják (egyszerűsítés), μ



- Teljesítmény modellezés
  - Sorbanállás - kiszolgálás
    - M/M/1 sor: „Markovi” beérkezési és kiszolgálási idők
    - Állapottér mint CTMC vehető fel
  - Sorbanállási hálózatok

Példa: Megbízhatósági modellezés

- Két szerverből álló rendszer állapotai:
  - 2 szerver jó (2up)
  - 1 szerver jó (1up)
  - 0 szerver jó (Down)
- Állapotátmenetek (exponenciális eloszlású időzítés):
  - Egy szerver meghibásodása: λ meghibásodási tényező
  - Egy szerver javítása: μ_1 javítási tényező
  - Teljes rendszer javítása: μ_2 javítási tényező



CTMC jelölések

- CTMC=(S,**R**)

  S állapotok halmaza

  R: $S \times S \to R_{\geq 0}$ állapotátmeneti ráta mátrix

  - P{s-ből s'-be megy át t időn belül} = $1-e^{-R(s,s')t}$
  - P{s állapot elhagyása t időn belül} = $1-e^{-E(s)t}$
  - **Q** = **R**–diag(E) „infinitezimális generátormátrix”

- Jelölések a trajektóriára:
  - $\sigma = s_0, t_0, s_1, t_1, \ldots$ (t_i időpontban lép ki s_i-ből)
  - σ@t az állapot a t időpillanatban
  - Path(s) az s-ből induló útvonalak halmaza
  - P{s, σ} egy útvonal bejárásának valószínűsége

CTMC megoldása

- Tranziens állapotvalószínűségek:
  - $\pi(s,s',t) = P\{\sigma \in Path(s) \mid \sigma@t=s'\}$ annak valószínűsége, hogy s-ből indulva a t időpillanatban s'-ben tartózkodik
  - $\underline{\pi}(s,t)$ – s-ből indulva az állapotok valószínűségei t időpillanatban
  - CTMC tranziens megoldása:

$$\frac{d\underline{\pi}(s,t)}{dt} = \underline{\pi}(s,t)\underline{\underline{Q}}$$

- Állandósult állapotbeli állapotvalószínűségek:
  - $\pi(s,s') = \lim_{t\to\infty} \pi(s,s',t)$ - s-ből indulva az állapotok valószínűsége
  - $\underline{\pi}(s)$ az állapotok valószínűsége (sorvektor)
  - CTMC állandósult állapotbeli megoldása:

$$\underline{\pi}(s)\underline{\underline{Q}} = 0 \quad \text{ahol} \quad \sum_{s'} \pi(s,s') = 1$$

Miért beszéltünk minderről?

- A Markov-láncok jellegzetességei
  - Előny: Matematikailag jól kezelhetők, megoldási módszerek vannak
  - Hátrány: Nagy állapottereket nehézkes felvenni gyakorlati rendszerek modellezése során
    - Egyszerű állapotok és átmenetek szintjén kellene modellezni
    - Nem támogatja konkurens események, szinkronizáció modellezését
    - Nincs lehetőség hierarchikus modellezésre
- Mire használjuk a Markov-láncokat?
  - Alapszintű (háttér) formalizmus magasabb szintű modellekhez
    - Sztochasztikus Petri-hálókhoz
    - Sztochasztikus processz algebrákhoz
  - Sztochasztikus Petri-háló elérhetőségi gráfja CTMC lesz
    - Markov-lánc megoldása, ezen végzett modellellenőrzés használható
  - Analógia: Petri-háló elérhetőségi gráfja mint Kripke-struktúra
    - A modellellenőrzés a Kripke-struktúrán végezhető

Sztochasztikus Petri-hálók

Definíció

- Alapkoncepció:
  - Az időt a tranzíciók tüzeléséhez kötjük (a tüzeléssel leírható tevékenység, történés, állapotváltozás idejét modellezzük)
- Egy Petri-hálót sztochasztikusnak nevezünk, ha
  - Minden tranzíciójához tüzelési időt (késleltetést) rendelünk
  - A tüzelési késleltetés véletlen (valószínűségi változóval írható le)
  - A tüzelési késleltetés statisztikailag független a többi tranzíció késleltetési idejétől
- Sztochasztikus Petri-háló osztályok
  - Sztochasztikus Petri-háló (SPN)
  - Általánosított sztochasztikus Petri-háló (GSPN)
  - Determinisztikus és sztochasztikus Petri-háló (DSPN)

Sztochasztikus Petri-hálók (SPN)

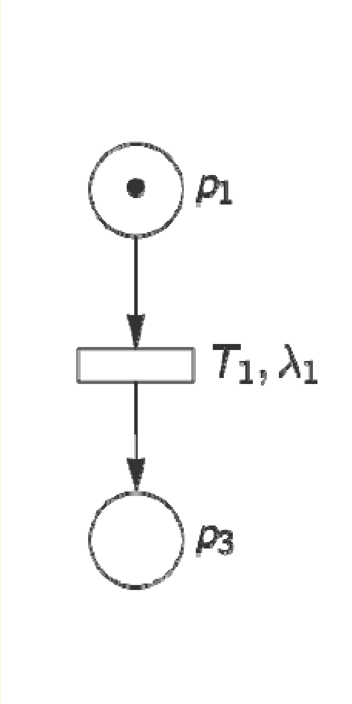
- SPN: Stochastic Petri Net
- Az egyszerű Petri-hálók kiterjesztése
  - A tranzíciókhoz véletlen tüzelési időt (késleltetést) rendelünk
  - A késleltetési idő negatív exponenciális valószínűségi eloszlásfüggvénnyel jellemezhető
- A tüzelés szemantikájának módosulása
  - Engedélyezettség feltétele: Nem változik
  - Tüzelési szabály: Egy tranzíció tüzelhet egy t+d időpillanatban, ha
    - t időpontban engedélyezetté vált
    - d késleltetési időt sorsolt a hozzá tartozó eloszlásfüggvény szerint
    - a [t, t+d) időtartományban folyamatosan engedélyezett volt

Jelölések

- Tranzíciók paramétere (rátája):
  - λ_i egy T_i tranzíció késleltetési idejéhez tartozó negatív exponenciális eloszlás paramétere (pozitív valós szám)
- Grafikus jelölés
  - Tranzíciók mint üres téglalapok
- Egy tranzíció tüzelése:
  - A sorsolt d_i késleltetési idő:

$$P\left\{d_i \le t\right\} = 1 - e^{-\lambda_i t}$$

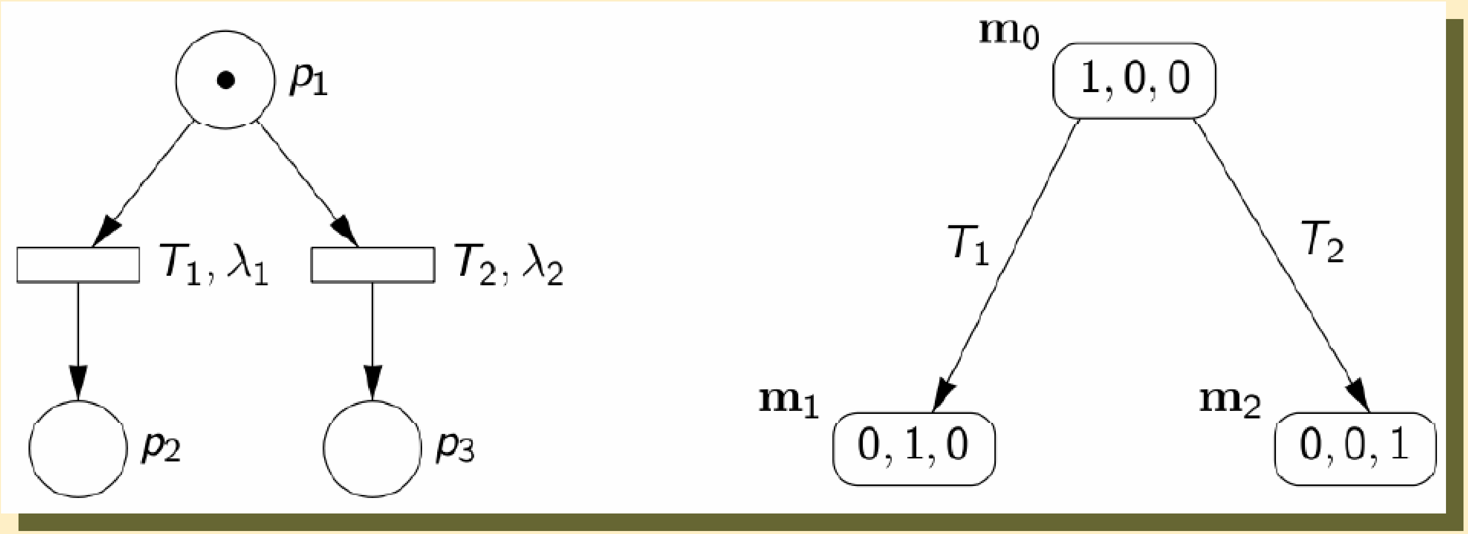
$$P\left\{d_i > t\right\} = e^{-\lambda_i t}$$



Mi történik, ha több tranzíció engedélyezett?

- Az a tranzíció tüzel, amelynek hamarabb letelik a sorsolt késleltetési ideje
  - Engedélyezett tranzíciók versenyben vannak
  - Valószínűségi alapú döntés
- Az engedélyezett maradó tranzíciók helyzete egyikük tüzelése után:
  - A tüzeléskor új jelölés alakul ki
    - Kell-e ekkor új késleltetést sorsolni?
  - Indifferens, mert a késleltetési idő exponenciális eloszlása miatt fennáll a Markov tulajdonság
    - A tüzelésig hátralévő idő statisztikailag független az engedélyezetté válás óta eltelt időtől
    - Az engedélyezett tranzíciók tüzelésig hátralévő ideje ugyanolyan exponenciális eloszlású marad, nem számít, hogy mennyi ideig voltak már engedélyezve

Konfliktusban lévő tranzíciók



- Az m_0 jelölés tartási ideje:
  - Két exp. eloszlásfüggvényű valószínűségi változó minimuma határozza meg
    - Tétel: Ez is exp. eloszlásfüggvényű, $\lambda_1 + \lambda_2$ paraméterrel
  - Tehát a tartási idő exponenciális eloszlásfüggvénnyel jellemezhető, aminek paramétere $\lambda_1 + \lambda_2$
  - A tartási idő várható értéke $1/(\lambda_1 + \lambda_2)$

Általánosítás

- Ha n számú, λ_1, λ_2 , …, λ_n paraméterű tranzíció engedélyezett egy m jelölésben, akkor
  - Az m jelölés tartási idejét jellemző exponenciális eloszlás paramétere:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n$$

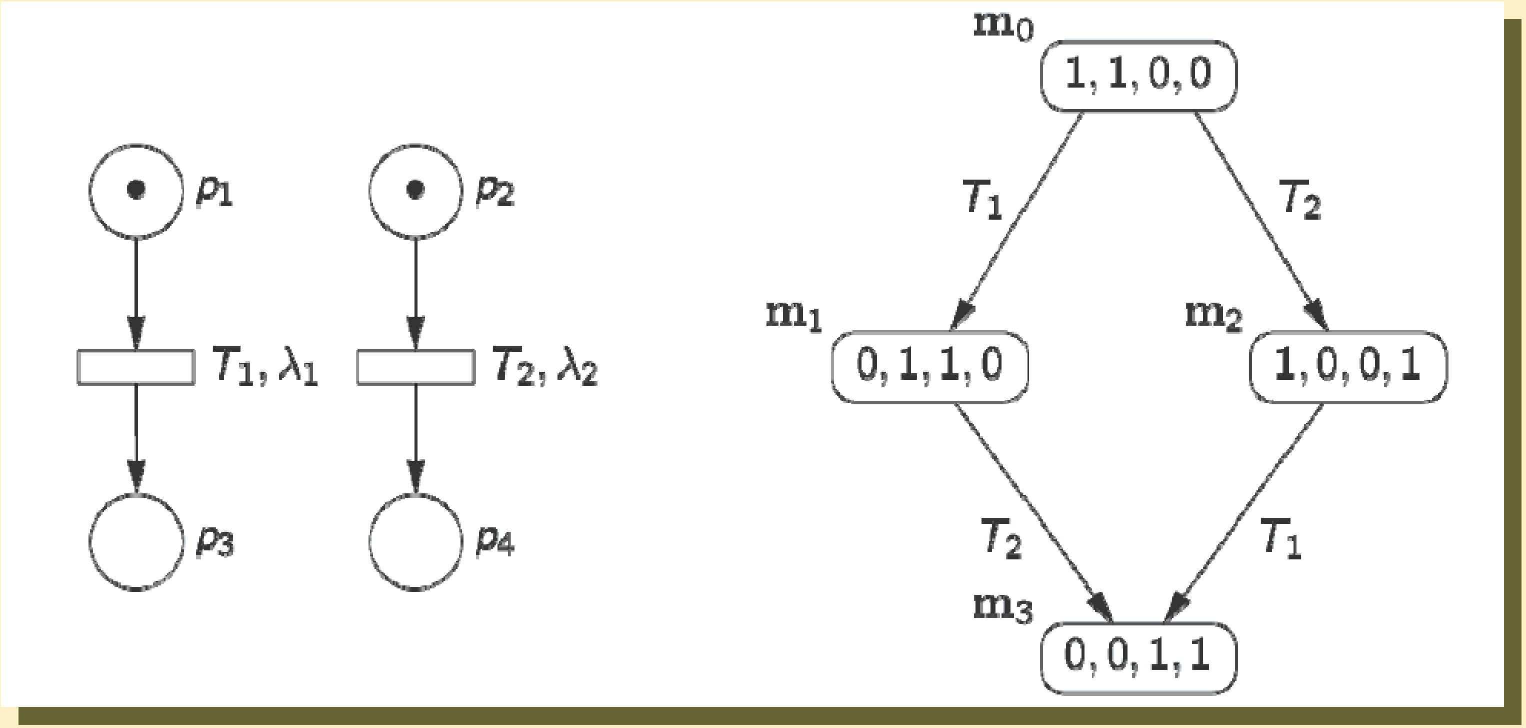
  - Az m jelölés elhagyásának várható ideje:

$$\frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n}$$

  - Annak a valószínűsége, hogy a λ_1 paraméterű tranzíció tüzel először:

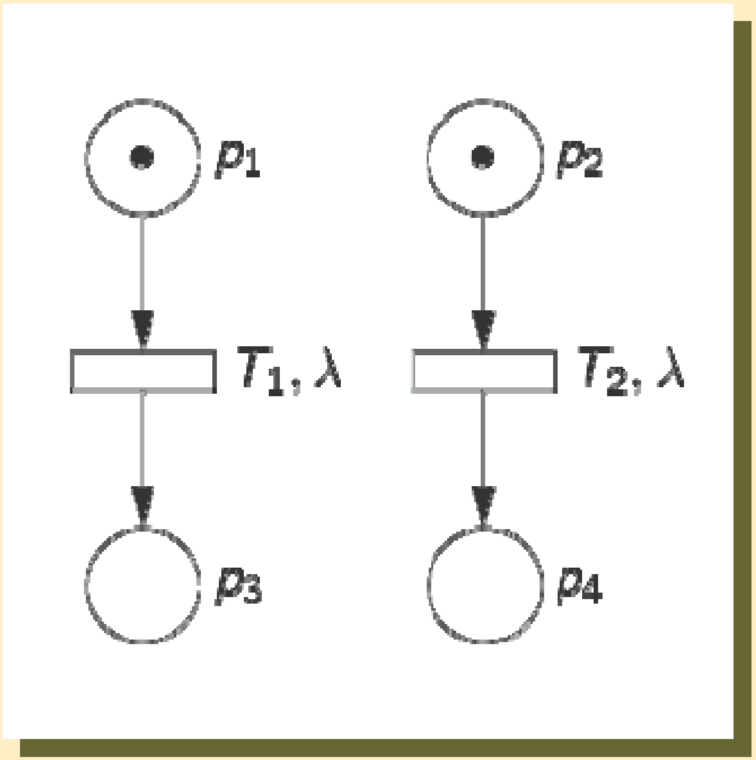
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n}$$

Konkurens tranzíciók

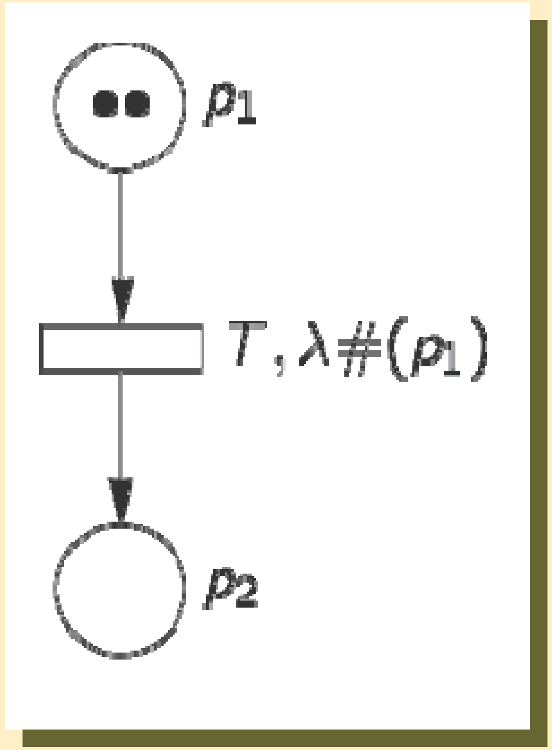


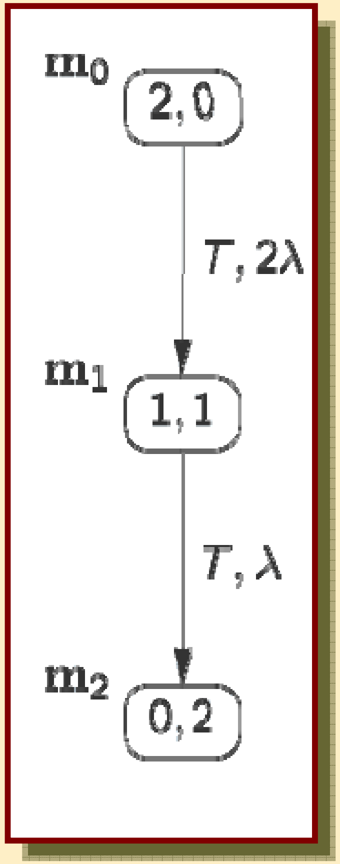
- Ha T_1 tüzel $d_1 \geq 0$ késleltetéssel, akkor mi lesz T_2 tüzelésének késleltetési ideje az új jelölésben?
  - λ_2 paraméterű exp. eloszlású, az eredeti eloszlásfv. Markov tulajdonsága miatt (nem függ a múlttól)

Azonos paraméterű konkurens tranzíciók



$\Rightarrow$





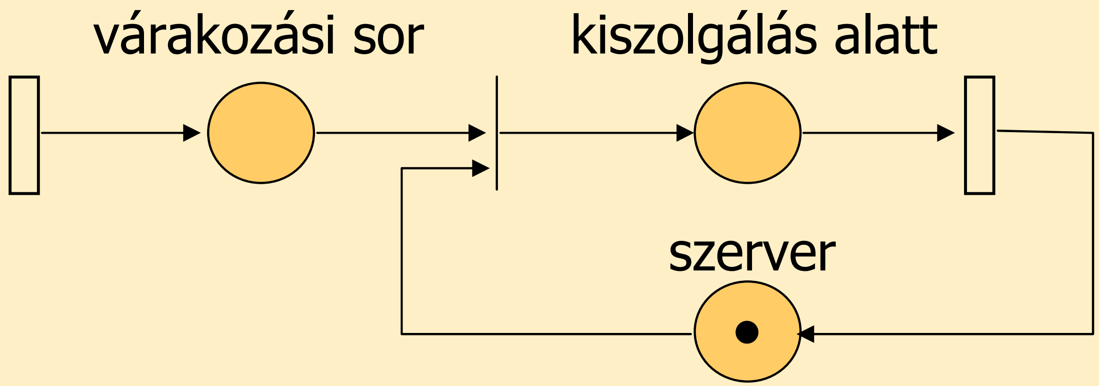
- Egyszerűsíthető a modellezés
- Jelölésfüggő paraméterek időzített átmenetekhez
  - Modellezési erőt nem növel
  - Bemenő élhez vagy bemenő tiltó élhez kapcsolódó hely jelölésétől függhet az exponenciális eloszlásfüggvény paramétere

Eredmények SPN-re

- Az új jelölés kialakulásához szükséges idő exponenciális eloszlású
  - Konfliktusban lévő vagy konkurens tranzíciók esetén is
- Az időzítéssel ellátott elérhetőségi gráf egy CTMC
  - Struktúrája független a tranzíciók paramétereinek értékétől
  - A CTMC megoldási módszerei használhatók az SPN analíziséhez
- Az analízis eredményei
  - Állandósult állapotbeli megoldás (létezik, ha az SPN korlátos és megfordítható):
    - Jelölések valószínűsége
    - Tokenek számának várható értéke egy-egy helyen
    - Tranzíciók tüzelési gyakorisága
  - Tranziens megoldás:
    - Jelölések valószínűségi időfüggvényei

Példa: M/M/1 sor

- Egy szerver szolgál ki sorbanálló kéréseket
- Exponenciális eloszlásfüggvénnyel jellemezhető:
  - Kérések beérkezésének időközei
  - Kiszolgálási idő



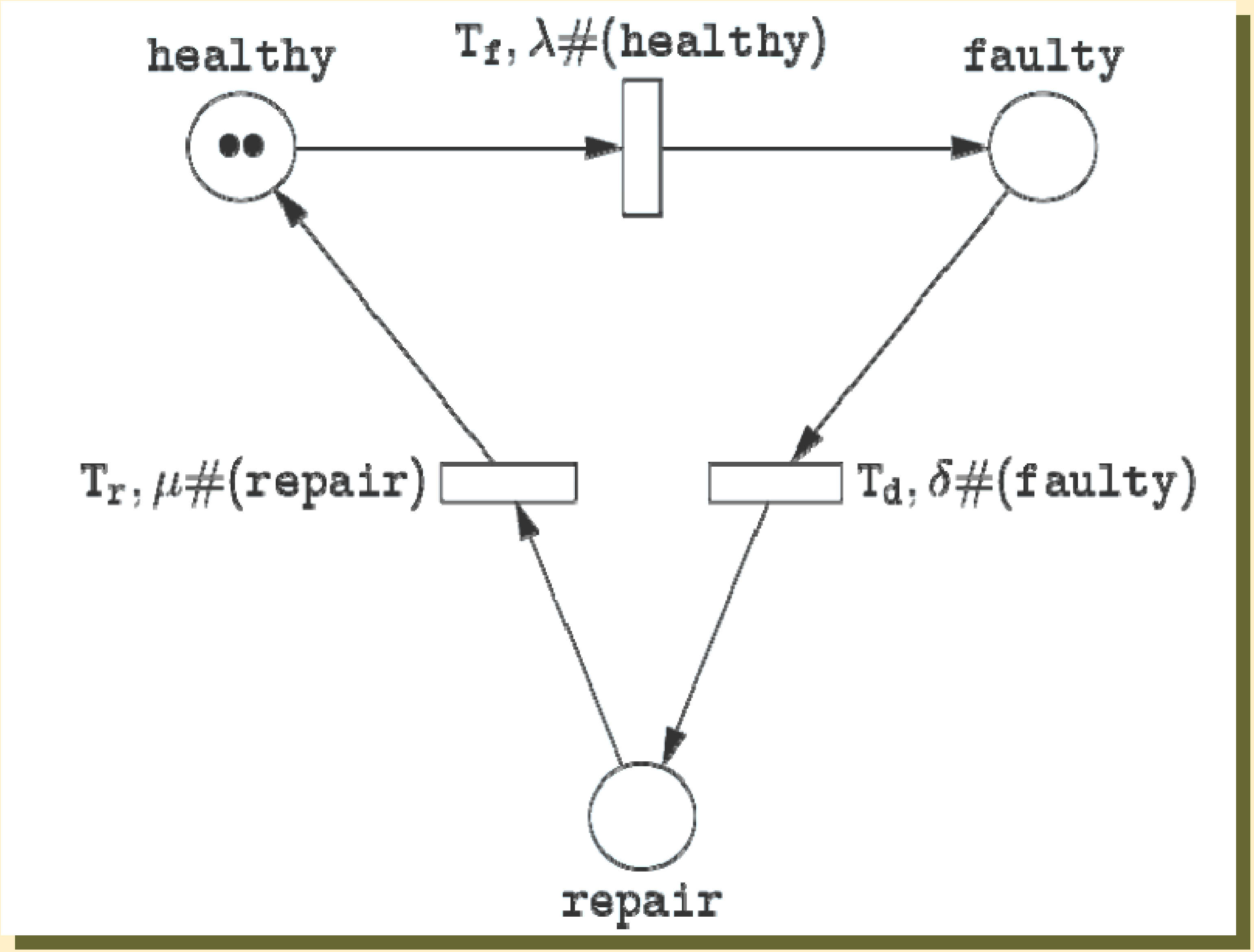
- Meghatározható (különféle paraméterek mellett):
  - Szerver kihasználtsága
  - Várakozók átlagos száma

Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Két azonos szerver
- Egy-egy szerver meghibásodási tényezője λ
  - Azaz λ paraméterű exp. eloszlásfüggvény alapján sorsolható idő eltelte után hibásodik meg
  - A szerverek függetlenül hibásodhatnak meg
- A hiba detektálási ideje δ paraméterű exp. eloszlásfüggvénnyel jellemezhető
  - Egyszerre több szerver hibája is detektálható
- A hiba javítási ideje μ paraméterű exp. eloszlásfüggvénnyel jellemezhető
  - Egyszerre több szerver is javítható (nem csak egy szerelő van)

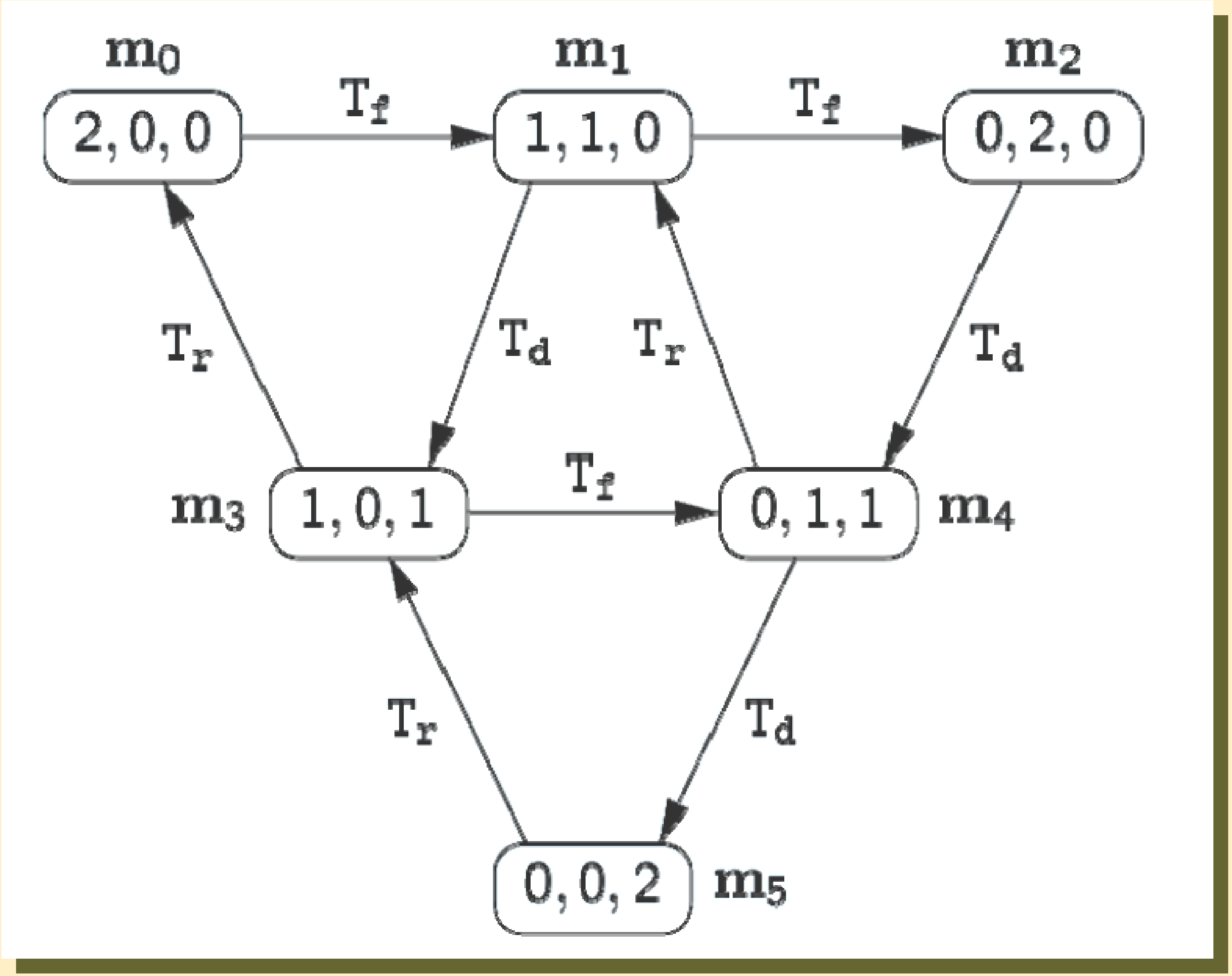
Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Az SPN modell:



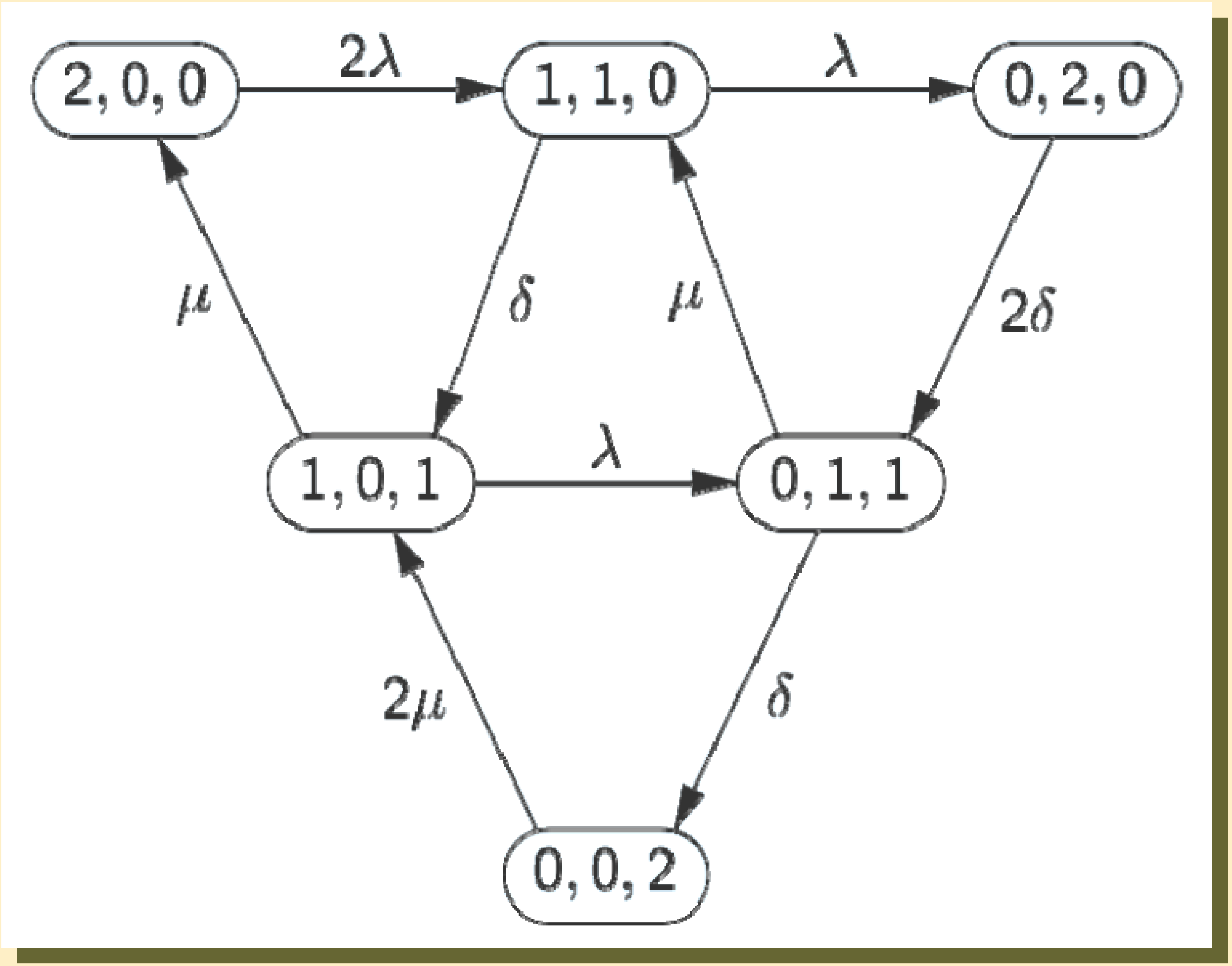
Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Az elérhetőségi gráf (healthy, faulty, repair):



Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Az elérhetőségi gráf mint CTMC:



További sztochasztikus Petri-háló osztályok

Általánosított sztochasztikus Petri-hálók

- GSPN: Generalized Stochastic Petri Net
- Kiterjesztések SPN-hez képest
  - Azonnal tranzíciók
    - Logikai függőségek modellezésére
  - Prioritások tranzíciók között
    - Konfliktusok feloldására
  - Tiltó élek
  - Őrfeltételek
    - Egyszerűsítés (élek helyett predikátumok)
- Az elérhetőségi gráf továbbra is CTMC
  - Eltűnő (vanishing) jelölések
  - Adott ideig fennálló (tangible) jelölések

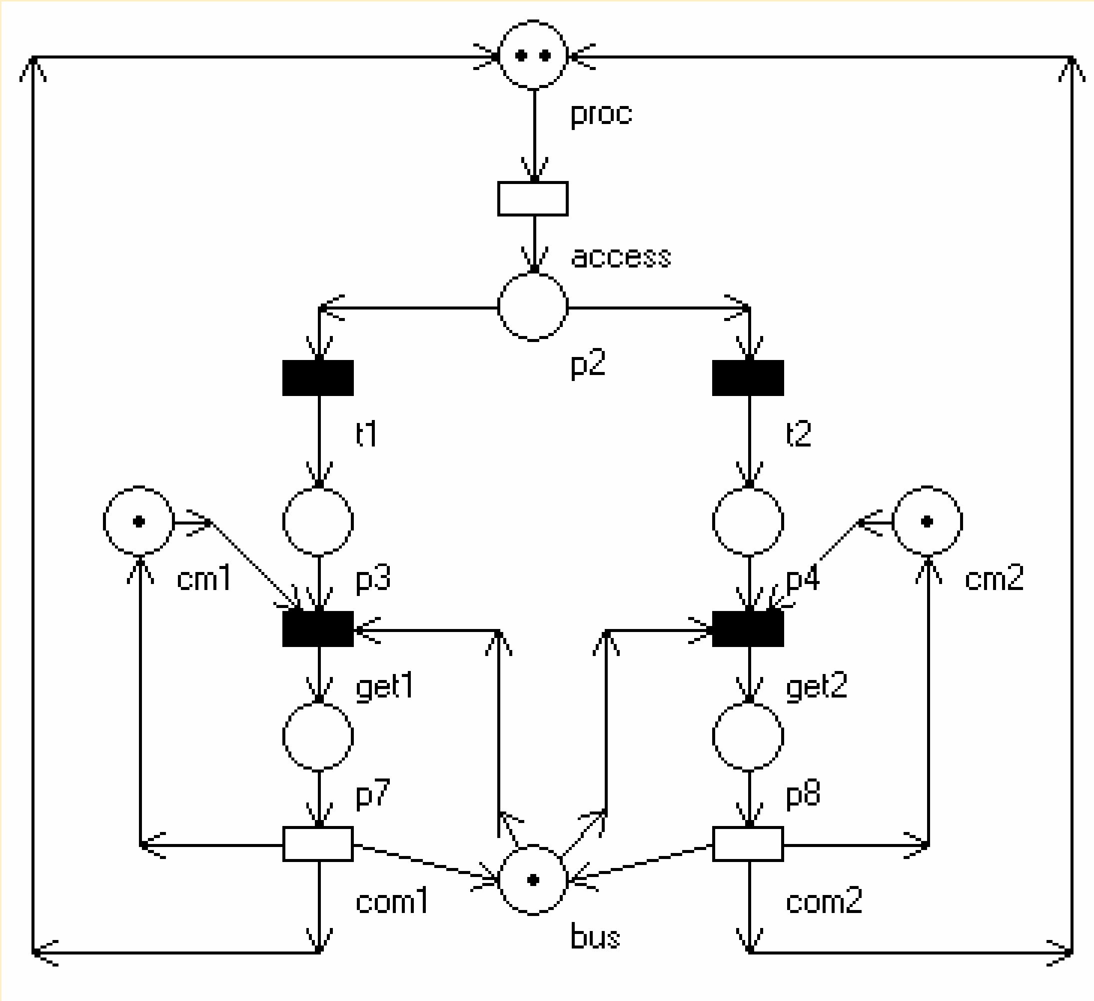
GSPN formális definíció

GSPN=(P, T, I, O, m_0, H, Π, L, G)

- $H \subseteq P \times T$ tiltó élek
- Π: $T \rightarrow Z$ prioritások
    - 0 az időzített tranzíciók prioritása
    - >0 az azonnali tranzíciók prioritása;
      ez alapján végezhető konfliktusfeloldás közöttük
- L: $T \rightarrow R^+$ a tranzíciók paraméterei
    - Időzített tranzíciók esetén: A késleltetés sorsolásához az exponenciális valószínűség eloszlásfüggvény paramétere
    - Azonnali tranzíciók esetén: Súlyok az azonos prioritású, konfliktusban lévő engedélyezett tranzíciók közötti véletlenszerű választáshoz
- G: T→*Boole-fv* tranzíciókhoz rendelt őrfeltételek
    - Az adott átmenet engedélyezetté válásához igaznak kell lennie
    - A jelöléseken értelmezett, pl. $m(P)>2$, ahol $m(P)$ a P hely jelölése

GSPN példa

- Többprocesszoros rendszer (proc)
- Közös buszon két kommunikációs egység (cm1, cm2)
  - Exp. időzítésű: Kommunikációs igény (access), kommunikáció (com)
- Elemezhető:
  - Várakozók átlagos száma az egyes kommunikációs egységekre
  - Busz kihasználtság (foglaltság)
  - Kommunikációs egységek kihasználtsága
  - ...



Determinisztikus és sztochasztikus Petri-hálók

- DSPN: Deterministic and Stochastic Petri Net
- További kiterjesztések:
  - Determinisztikus késleltetéssel (tüzelési idővel) ellátott tranzíciók is lehetségesek
    - Konstans késleltetést jelent a tranzíció tüzelésekor
    - A determinisztikus idejű aktivitások modellezésére (pl. javítási idő a megbízhatósági modellezésben)
    - Jelölés: Befeketített téglalap
- Az analízis hatékonyságának feltétele:
  - Egy jelölésben csak egy determinisztikus időzítésű tranzíció legyen engedélyezett
  - Ez esetben az elérhetőségi gráf Markovi analízissel vizsgálható marad

Általános időzített Petri-hálók (TPN)

- Általános eloszlásfüggvény adható a tranzíciók tüzelési idejének (késleltetésének) sorsolásához
- Általános esetben az elérhetőségi gráf nem CTMC
  - Struktúrája függ az eloszlások paramétereitől
  - Markovi analízissel nem vizsgálható
    - Speciális esetekre van analitikus megoldás
  - Szimulációval való megoldás szokásos
    - Nehéz, ha eltérő a késleltetések nagyságrendje
- Nem triviális a késleltetések újrasorsolásának szemantikája egy-egy új jelölésben
  - Mivel az eloszlás nem emlékezetnélküli, van jelentősége annak, hogy van-e és milyen az újrasorsolás

Az időzített tranzíciók szemantikája

- Hogyan történik a konfliktusfeloldás?
  - Előválasztás (preselection): A késleltetéstől független a döntés
  - Verseny (race): A sorsolt késleltetési idő dönt
- Mi történik egy-egy új jelölés kialakulásakor?

Szemantika: Késleltetés sorsolása az új jelölésben	Tranzíció engedélyezett marad az új jelölésben	Tüzelése előtt az engedélyezettségét elvesztő tranzíció újra engedélyezetté válik
Race with resampling	Újrasorsolás az eredeti szerint	Újrasorsolás az eredeti szerint
Race with enabling memory	Újrasorsolás a maradék késleltetés szerint	Újrasorsolás az eredeti késleltetés szerint
Race with age memory	Újrasorsolás a maradék késleltetés szerint	Újrasorsolás a maradék késleltetés szerint

Sztochasztikus reward hálózatok

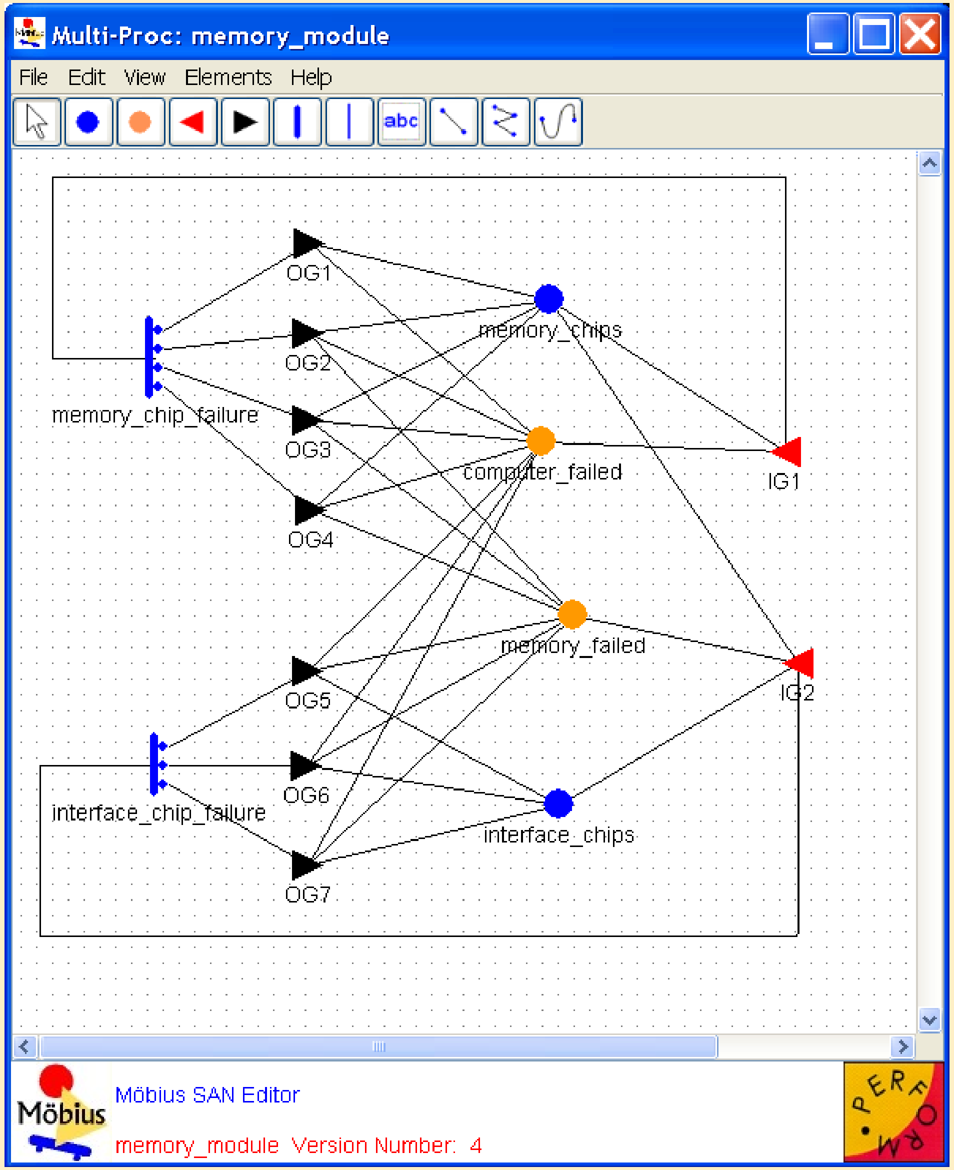
- SRN: Stochastic Reward Net
  - Reward: Haszon (vagy költség, ha negatív) függvények megadása
- Ráta jellegű reward (rate reward):
  - Jelöléseken értelmezett, haszon/időegység értéket ad meg
  - Időintervallumra megállapítható haszon a reward ráta idő szerinti integrálásával
  - Példa: Ha jó a szerver, 300 Ft/időegység a haszon, egyébként 200 Ft/időegység a kötbér:

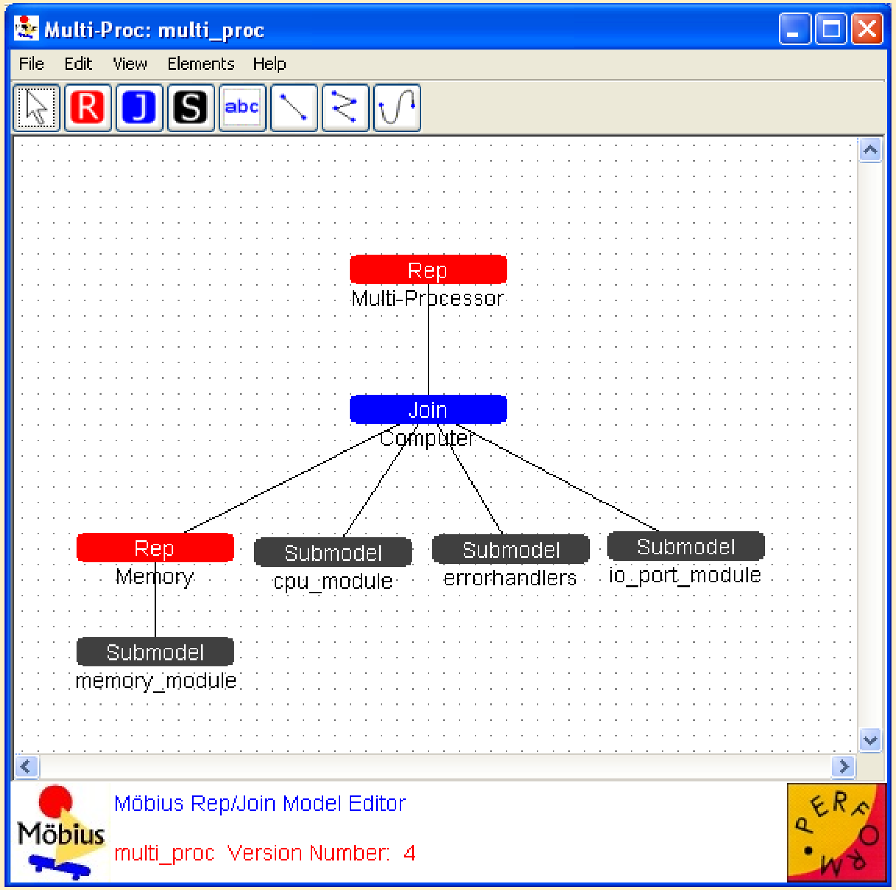
```
if (m(healthy)>0) then ra=300 else ra=-200
```

- Impulzus jellegű reward (impulse reward):
  - Egy-egy tranzíció tüzeléséhez rendelhető hasznot ad meg
  - Időintervallumra összegezhető a tüzelésekre összeadva
  - Példa: Egy-egy javítás költsége 500 Ft:

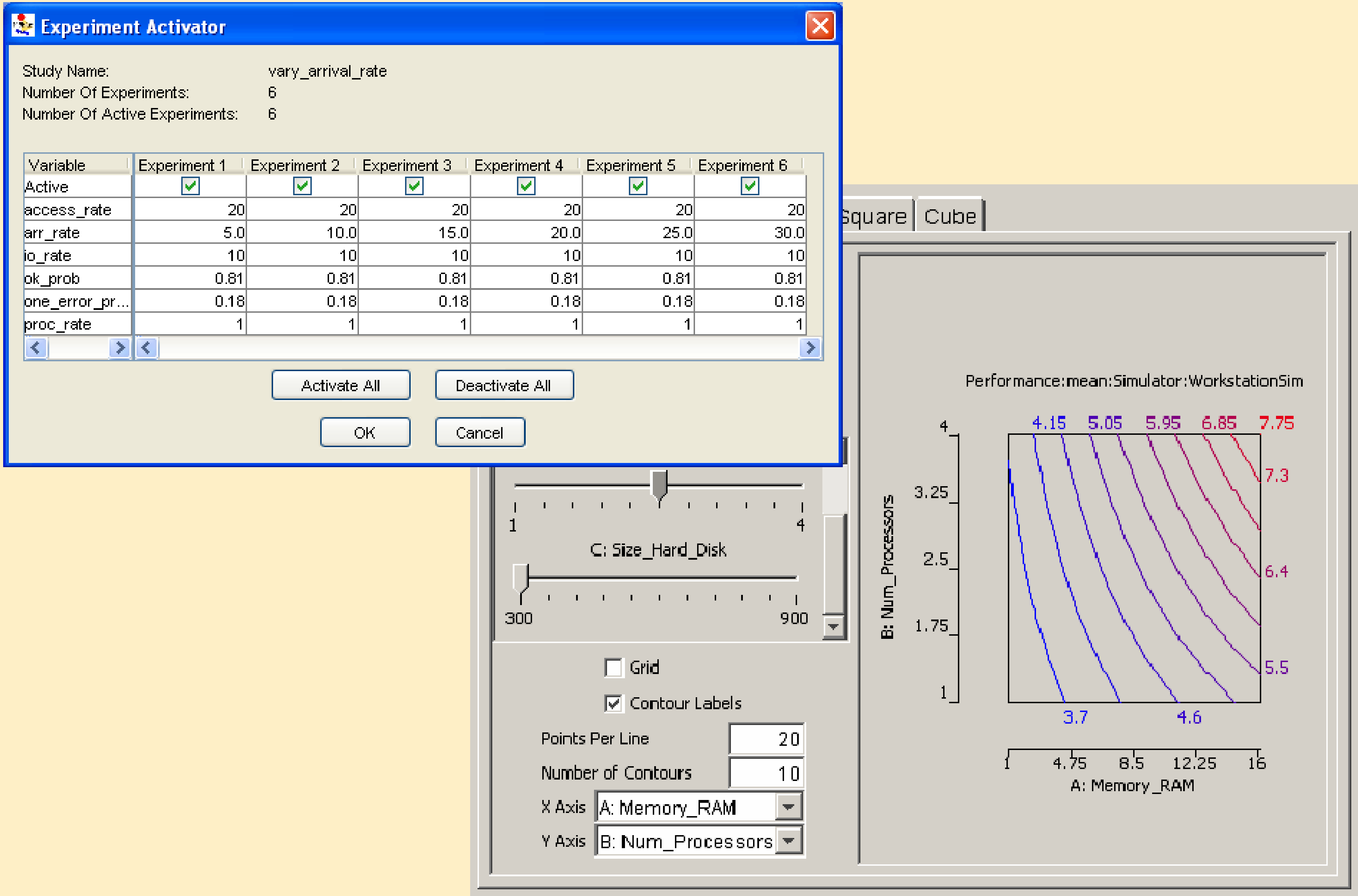
```
if (fire(Repair)) then ri=500
```

Sztochasztikus aktivitás hálózatok: Möbius





Sztochasztikus aktivitás hálózatok: Möbius



Követelmények formalizálása sztochasztikus temporális logikával

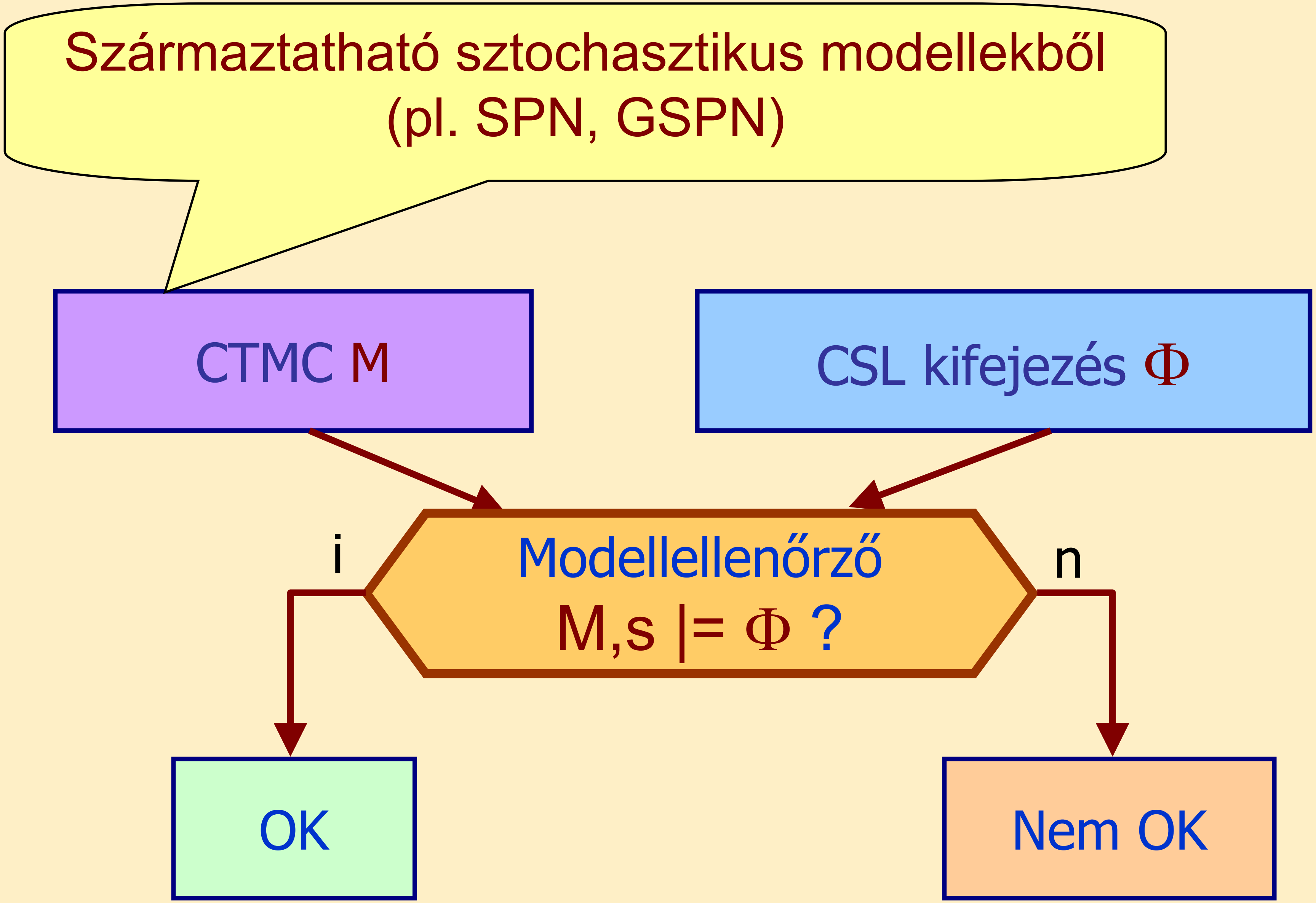
Sztochasztikus logikák: Motiváció

- Nem-funckionális követelmények formalizálása
  - QoS: Quality of Service, SLA: Service Level Agreement
- Jellemzőek a követelményekre:
  - Adott szolgáltatási szintek valószínűségei
    - Példa: Rendelkezésre állás, mint aszimptotikus valószínűség
  - Szolgáltatási szintek fenntartásának (kihagyásának) időtartama
    - Példa: Javítási idő maximuma
- Példák összetett QoS követelményekre:
  - Annak a valószínűsége legfeljebb 20%, hogy a hiba utáni helyreállítás több mint 15 időegységet vegyen igénybe.
  - Annak a valószínűsége kisebb 10%-nál, hogy bekapcsolás után 85 időegység alatt a szolgáltatási szint Minimum alá csökken.
  - Annak a valószínűsége, hogy hiba esetén 5 időegységen belül újra Premium szolgáltatási szint nyújtható, több mint 70%.

Hogyan formalizálhatók a követelmények?

- A követelmények értelmezése: CTMC modelleken (alapszintű modell)
  - Állapotok: Állandósult vagy tranziens valószínűségek
  - Trajektóriák (útvonalak): Bejárás valószínűsége
- CTL analógia: Állapot- illetve útvonal kifejezések Kripke struktúrákon
  - Állapotban értelmezett útvonal kvantorok: A, E
  - Útvonalon értelmezett operátorok: F, G, X, U
- CSL: Continuous Stochastic Logic
  - Állapotokra és útvonalakra vonatkozó valószínűségi kifejezések és időtartamok megadása
  - Modell ellenőrzés „gombnyomásra" a CTMC alapján

CSL modellellenőrzés



CSL szintaxis

- Kiterjesztések a CTL-hez képest:
  - Valószínűségi operátorok:
    - Állandósult állapotban: állapot-kifejezések által megadott állapot-halmazokban való tartózkodás valószínűsége
    - Útvonal-kifejezések által megadott útvonal bejárásának valószínűsége (tranziens analízis)
  - Időtartományok megadása:
    - Útvonal kvantorokhoz időintervallum megadása: az adott időintervallumon belüli bekövetkezés (X, U)
- Jelölések:

  I intervallum, pl. $[0, 12)$, $[15,\infty)$

  p valószínűség

  ~ az összehasonlítás operátora, pl. $\geq$, $\leq$, $<$, $>$

CSL állapot-kifejezések

- Jelölés:
  - Φ állapot-kifejezések (ezek alkotják a CSL kifejezéseket)
  - φ útvonal-kifejezések
- $\Phi ::= P \mid \neg\Phi \mid \Phi \vee \Phi \mid S_{\sim p}(\Phi) \mid P_{\sim p}(\varphi)$
  - $S_{\sim p}(\Phi)$ - olyan állandósult állapotban való tartózkodás valószínűsége ~p, ahol Φ igaz

    P{Φ igaz állandósult állapotban} ~ p
    - Példa: $S_{>0,8}(\mathrm{Minimum} \vee \mathrm{Premium})$
  - $P_{\sim p}(\varphi)$ - olyan út bejárásának valószínűsége ~p, amely úton φ igaz

    P{φ igaz a bejárt útvonalon} ~p
    - Példa: $P_{>0,7}(\mathrm{true}\ U\ \mathrm{Premium})$

CSL útvonal-kifejezések

- $\varphi ::= X^I \Phi \mid \Phi\ U^I \Phi$
  - $X^I \Phi$ - a következő állapotot a $t \in I$ időpillanatban érjük el, és ebben a következő állapotban igaz Φ
    - Példa: $X^{[0,10]}$Premium
  - $\Phi_1\ U^I\ \Phi_2$ – az útvonal mentén igaz Φ_1 amíg Φ_2 igaz nem lesz a $t \in I$ időpillanatban
    - Példa: Minimum $U^{[5,10]}$ Premium
- Rövidítések:
  - $E\ \varphi = P_{>0}(\varphi)$
  - $A\ \varphi = P_{\geq 1}(\varphi)$
  - $F^I\ \Phi = \text{true}\ U^I\ \Phi$
  - $X\ \Phi = X^I\ \Phi$, $\Phi_1\ U\ \Phi_2 = \Phi_1\ U^I\ \Phi_2$ ahol $I=[0,\infty)$

CSL szemantika

- M=(S,**R**,L) egy CTMC az állapotok címkézésével
  - L: S $\rightarrow 2^{AP}$ állapot címkézés
  - Jelölés: π(s,S') állapotvalószínűségek S' állapothalmazra
- Alap operátorok:
  - M,s |= P a.cs.a. $P \in L(s)$
  - M,s |= $\neg\Phi$ a.cs.a. nem igaz M,s |= Φ
  - M,s |= $\Phi_1 \vee \Phi_2$ a.cs.a. M,s |= Φ_1 vagy M,s |= Φ_2
- Állapot kvantorok:
  - M,s |= $\mathcal{S}_{\sim p}(\Phi)$ a.cs.a. π(s, Sat(Φ)) ~ p,

    azaz s$\in$Sat($\mathcal{S}_{\sim p}(\Phi)$) a.cs.a. $\sum_{s' \in Sat(\Phi)} \pi(s, s') \sim p$

  - M,s |= $\mathcal{P}_{\sim p}(\varphi)$ a.cs.a. P{s, σ | σ|=φ} ~ p,

    azaz s$\in$Sat($\mathcal{P}_{\sim p}(\varphi)$) a.cs.a. $\sum_{\substack{\sigma \in Path(s) \\ \sigma \models \varphi}} \mathrm{P}\{s, \sigma\} \sim p$

s-ből indulva Sat(Φ) áll. állapotban való tartózkodás vsz. ~p

σ|=φ útvonal bejárás vsz. ~p

CSL szemantika (folytatás)

- Útvonal kvantorok:
  - $M,\sigma \models X^{I}\,\Phi$ a.cs.a.

    $\exists s_1$: $M,s_1 \models \Phi$ és $t_0 \in I$

  - $M,\sigma \models \Phi_1\, U^{I}\, \Phi_2$ a.cs.a.

    $\exists t \in I$: $(\sigma@t \models \Phi_2$ és $\forall u \in [0,t)$: $\sigma@u \models \Phi_1)$

CSL modell ellenőrzés

- $S_{\sim p}(\Phi)$ esetén:
  - Állandósult állapotbeli CTMC megoldásból származik
- $X^I\ \Phi$ esetén:
  - CTMC tranziens megoldás (következő állapotba lépés)
- $P_{\sim p}(\varphi)$ illetve $\Phi_1\ U^I\ \Phi_2$ esetén:
  - Tranziens megoldás kell, de időintervallumokra
  - Általános: Volterra integrál-egyenlet megoldása

$$\int_0^t \sum_{s' \in S} \mathbf{R}(s,s') \cdot e^{-\mathbf{E}(s)\cdot x} \cdot Prob(s', \Phi\,\mathcal{U}^{[0,t-x]}\,\Psi)\,dx$$

  - Egyszerűsítés: CTMC és követelmény átalakítás úgy, hogy elég legyen t-re egy tranziens analízis
    - Átalakítás: M→M', $\Phi \rightarrow \Phi'$
    - Bizonyítandó: M,s |= Φ ekvivalens M',s |= Φ'

Az egyszerűsítés illusztrálása Φ_1 $U^{[0,t)}$ Φ_2 esetén

- Célkitűzés: Φ_1 $U^{[0,t)}$ Φ_2 ellenőrzése M modellen
- A modell átalakítása M′ modellé:
  - Φ_2 -t teljesítő állapotok (Φ_1 teljesítése mentén, t előtt) elérése után a viselkedés nem érdekes,
    így minden Φ_2 tulajdonságú állapot nyelő lesz M′-ben
  - $\neg (\Phi_1 \vee \Phi_2)$ esetén, tehát ha egyiket sem teljesíti, akkor a további viselkedés nem érdekes,
    így ezek is nyelők lesznek M′-ben
- A követelmény átalakítása M′ esetén:
  - Bizonyítható tétel:

    $M,s \models \Phi_1 \, U^{[0,t)} \, \Phi_2$ ellenőrzése ekvivalens

    $M',s \models \text{true} \, U^{[t,t]} \, \Phi_2$ ellenőrzésével;

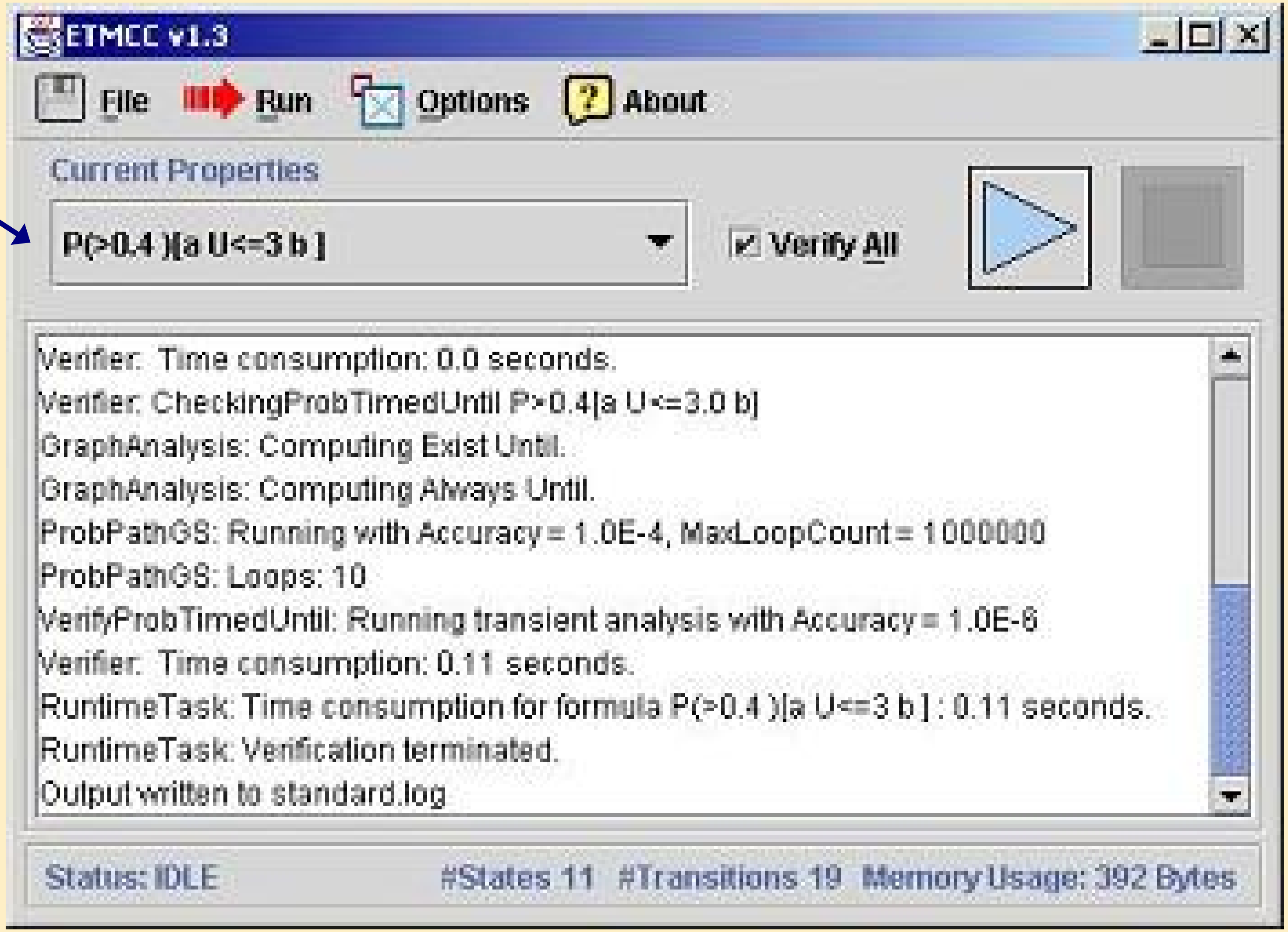
    itt t-re tranziens analízis elég az ellenőrzéshez!

CSL modellellenőrzők

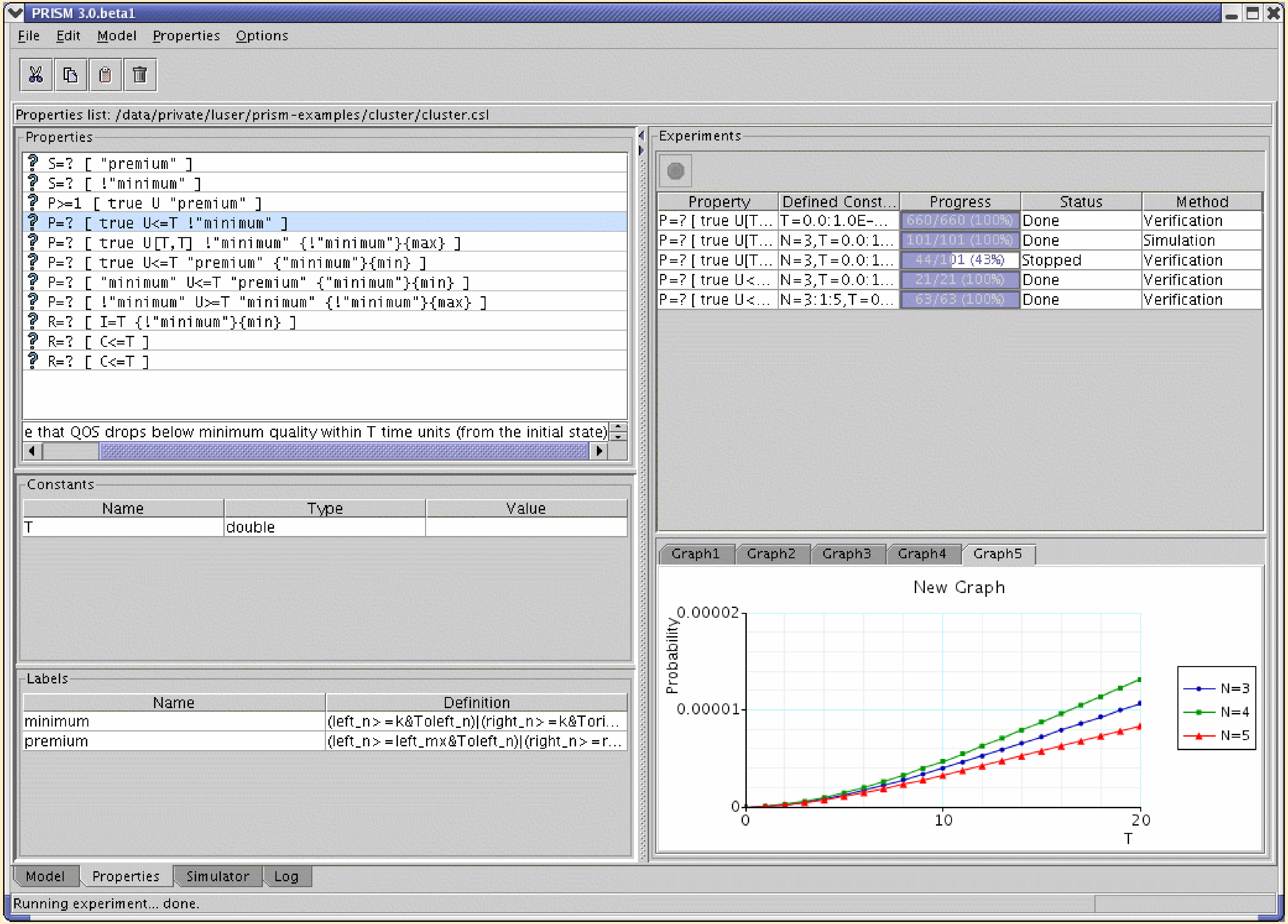
- Az első megvalósítás: ETMCC
  Erlangen-Twente Markov Chain Checker (E|-MC^2)
  - Markov-láncokhoz
  - Sztochasztikus processz algebrákhoz
- PRISM: Probabilistic Symbolic Model Checker
  - GreatSPN kiterjesztés
  - BDD alapú ellenőrzéssel
- MRMC Markov Reward Model Checker
  - Diszkrét idejű Markov-lánc is használható
  - CSRL: CSL kiterjesztése reward hozzárendeléssel

ETMCC

CSL kifejezések

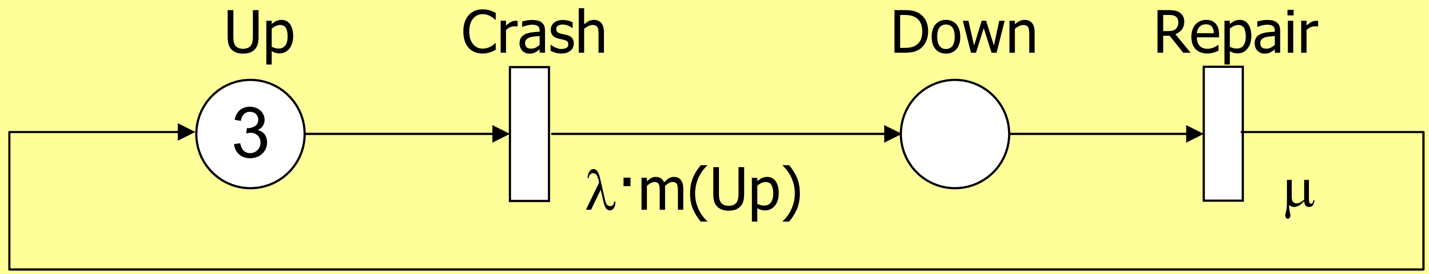


PRISM


PRISM 3.0.beta1
File Edit Model Properties Options
Properties list: /data/private/luser/prism-examples/cluster/cluster.csl
Properties
S=? ["premium"]
S=? [!"minimum"]
P>=1 [true U "premium"]
P=? [true U<=T !"minimum"]
P=? [true U[T,T] !"minimum" {!"minimum"}{max}]
P=? [true U<=T "premium" {"minimum"}{min}]
P=? ["minimum" U<=T "premium" {"minimum"}{min}]
P=? [!"minimum" U>=T "minimum" {!"minimum"}{max}]
R=? [I=T {!"minimum"}{min}]
R=? [C<=T]
R=? [C<=T]
e that QOS drops below minimum quality within T time units (from the initial state)
Constants
Name Type Value
T double
Labels
Name Definition
minimum (left_n>=k&Toleft_n)|(right_n>=k&Tori...
premium (left_n>=left_mx&Toleft_n)|(right_n>=r...
Experiments
Property Defined Const... Progress Status Method
P=? [true U[T... T=0.0:1.0E-... 660/660 (100%) Done Verification
P=? [true U[T... N=3,T=0.0:1... 101/101 (100%) Done Simulation
P=? [true U[T... N=3,T=0.0:1... 44/101 (43%) Stopped Verification
P=? [true U<... N=3,T=0.0:1... 21/21 (100%) Done Verification
P=? [true U<... N=3:1:5,T=0... 63/63 (100%) Done Verification
Graph1 Graph2 Graph3 Graph4 Graph5
New Graph
Probability
0.00002
0.00001
0
0
10
20
T
N=3
N=4
N=5
Model Properties Simulator Log
Running experiment... done.

Példa: CSL használata QoS formalizálására 1.

Három szerverből álló rendszer:



- Jelölések címkézése:
  - Premium, Minimum, Failure szolgáltatások kijelölése
- Követelmények:
  - Hosszú távon legalább 70% valószínűséggel Premium szolgáltatás:

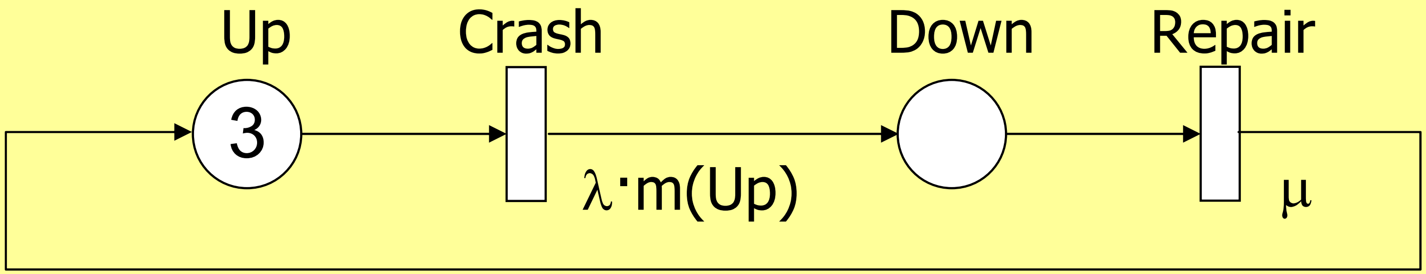
$$S_{\geq 0.7}(\text{Premium})$$

  - Hosszú távon kisebb a valószínűsége 5%-nál, hogy Minimum alatti szolgáltatás lesz:

$$S_{<0.05}(\text{Failure})$$

Példa: CSL használata QoS formalizálására 2.

Három szerverből álló rendszer:



- Követelmények:
  - Rendelkezésre állás nagyobb 99%-nál:

    $\mathcal{S}_{\geq 0.99}(\text{Premium} \vee \text{Minimum})$
  - 20%-nál kisebb valószínűséggel lesz 10 időegység múlva hibás:

    $P_{<0.2}(\text{F}^{[10,10]}\ \text{Failure})$
  - Bármikor lehetőség van a Premium szolgáltatás szint visszaállítására:

    $P_{\geq 1}(\text{F Premium}) = P_{\geq 1}(\text{true U}^{(0,\infty)}\ \text{Premium})$

Összefoglalás

- Motiváció
- Sztochasztikus folyamatok és modellek
  - Folytonos idejű Markov láncok
- Sztochasztikus Petri-hálók
  - SPN, GSPN, DSPN, TPN, SRN
  - Időzítési szemantikák
- Követelmények formalizálása
  - Sztochasztikus temporális logikák