# Sztochasztikus Petri hálók

## Teljesítmény és megbízhatóság modellezés

Majzik István
BME Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék

# Áttekintés

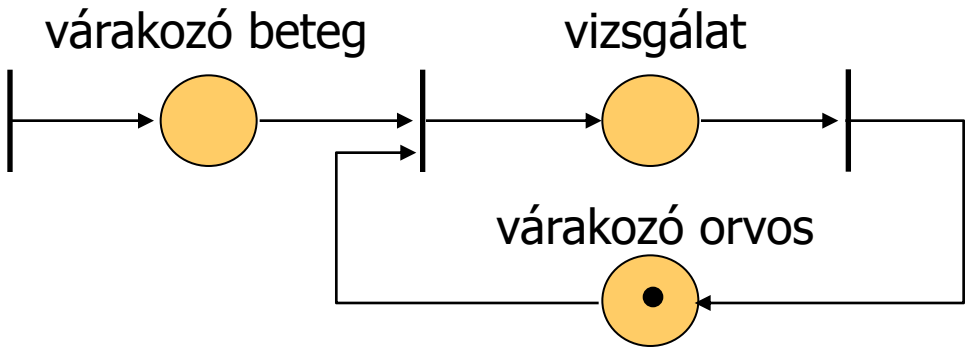
- Motiváció
- Sztochasztikus folyamatok és modellek
  - Folytonos idejű Markov láncok
- Sztochasztikus Petri-hálók
  - SPN, GSPN, DSPN, TPN
  - Időzítési szemantikák
- Követelmények formalizálása
  - Sztochasztikus temporális logikák
- Összefoglalás

# Motiváció

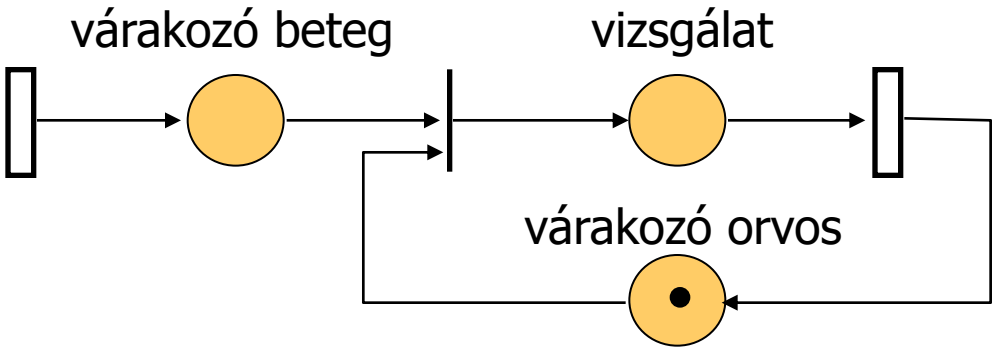
- Eddig: Funkcionális, logikai viselkedés modellezés
  - Biztonsági, élőségi jellegű követelmények
  - Állapotok vagy átmenetek bekövetkezése, elérhetősége
- Bővítés: Extra-funkcionális, kvantitatív modellezés
  - Teljesítmény követelmények
  - Megbízhatóság (szolgáltatásbiztonság) követelmények
- Ezen követelmények jellemzői
  - Időbeliség (pl. határidők, válaszidők, feldolgozási idők)
  - Valószínűségek (pl. hiba, üzenetvesztés)
- Informatikai rendszerek modelljei
  - Diszkrét állapottér
  - Folytonos idő

# Egy példa

- Egyszerű Petri-háló modell:




- Időzítéseket is tartalmazó modell:



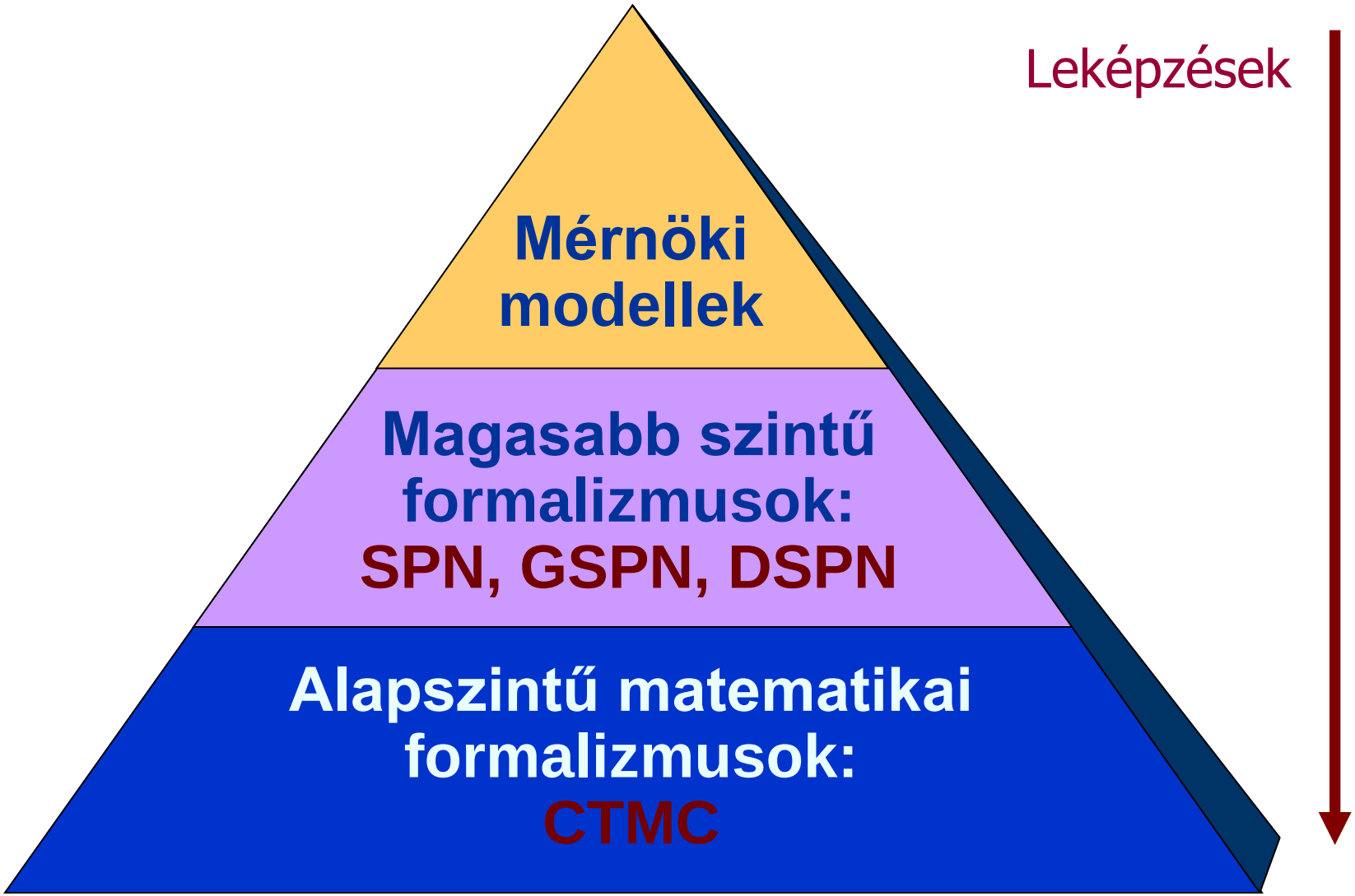

Átlagosan hányan várakoznak?

Hány orvos kell az elfogadható kiszolgáláshoz?

# Mire jó ez a típusú modellezés?

- Modellezés ismert előnye: Vizsgálatok a tervezési fázisban (még a költséges implementáció előtt)
  - Tervezői döntések igazolása
  - Alternatívák összevetése
  - Paraméterek „hangolása”
- A modellezés szokásos problémája: Valósághűség
  - Paraméterek: Idő és valószínűségi paraméterek is
    - Rendelkezésre állnak-e?
    - Ha becsült értékek, akkor hogyan validálhatók?
  - A modell komplexitásának kezelése
    - Az absztrakció meddig terjedhet?

# Milyen modelleket alkalmazunk majd?

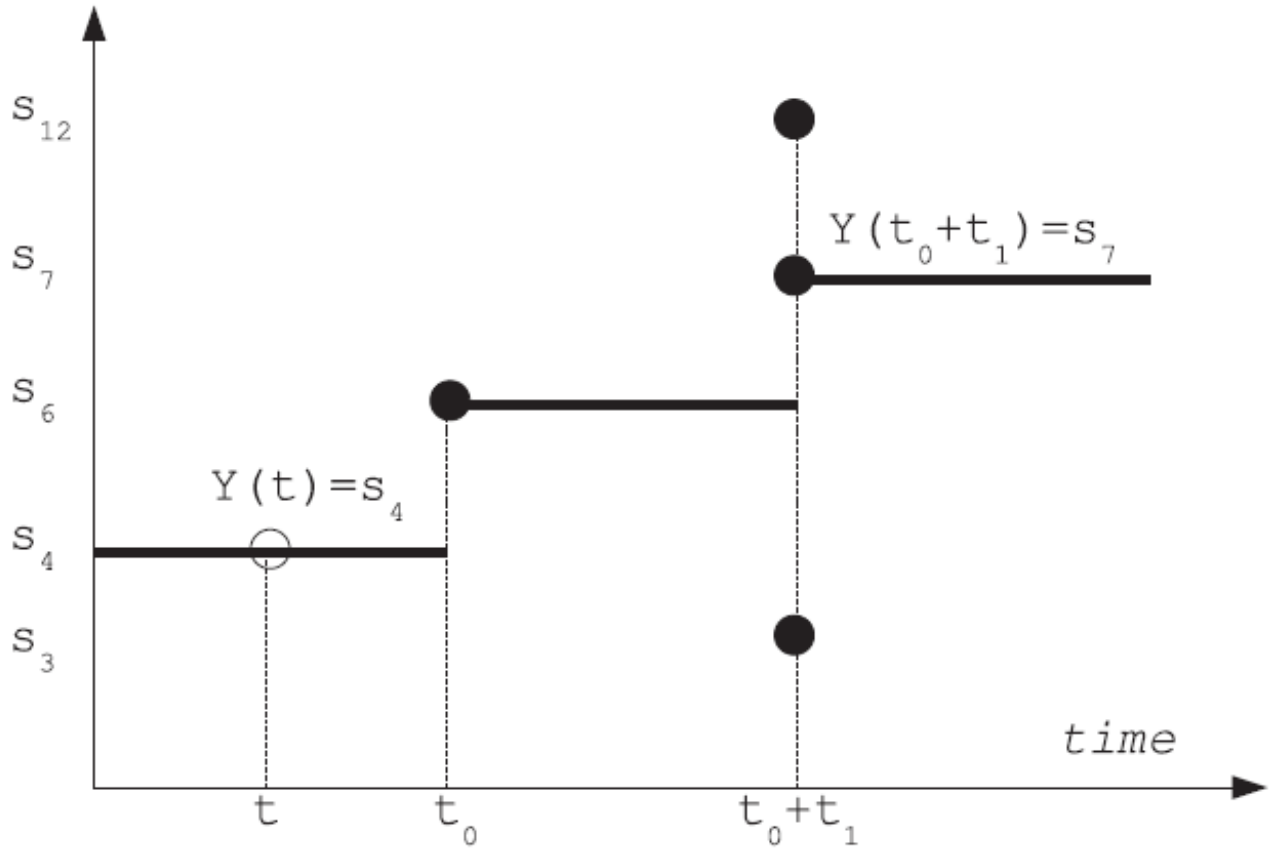


# Alapszintű formalizmusok: Sztochasztikus folyamatok, folytonos idejű Markov láncok

# Sztochasztikus folyamatok

- Valószínűségi változó: Véletlen kimenetelű jelenséget ír le egy adott valószínűségi térben
  - X valsz. változó valsz. eloszlásfüggvénye: $F_X(x)=P\{X\leq x\}$
  - X valsz. változó valsz. sűrűségfüggvénye: $f_x(x)=dF_X(x)/d(x)$
- Sztochasztikus folyamat:
  - Informálisan: Valószínűségekkel jellemezhetően bekövetkező jelenségek modellezése, az idő paraméter függvényében
  - Példa: Állapotok (valószínűségeinek) változása az időben
    - Valószínűségi változók halmaza
    - Ugyanazon valószínűségi térben
    - t (idő) paraméterrel indexelve
- Viselkedés megjelenítése:
  - Trajektóriák halmaza a folyamat állapotaira (valószínűségi térben)
  - Az összes lehetséges trajektória jellemzi a sztochasztikus folyamatot

# Egy trajektória megjelenítése




- Állapotok tartási idői: $t_0$, $t_1$, …

# Markov folyamatok

- Olyan sztochasztikus folyamat, amire jellemző a Markov tulajdonság:

  Minden $t > t_n > t_{n-1} > \ldots > t_0$ esetén, X(t) állapotra:

  $P\{X(t)=x \mid X(t_n)=x_n, X(t_{n-1})=x_{n-1}, \ldots, X(t_0)=x_0\} = P\{X(t)=x \mid X(t_n)=x_n\}$
- Informálisan:
  - A jövőbeli állapot (t-ben) csak az aktuális állapottól ($t_n$-ben) függ, és nem függ a korábbi állapotoktól
- Diszkrét állapotterű Markov folyamatok: Markov láncok
  - Diszkrét állapotokban való tartózkodás idejével (tartási idő) jellemezhetők a trajektóriák
  - Tartási idő negatív exponenciális eloszlású
    - Az egyetlen eloszlásfüggvény, ami a Markov tulajdonságot teljesíti
    - Bármely időpillanatban a maradék tartási idő statisztikailag független attól, hogy eddig mennyi időt töltött a folyamat az adott állapotban

# Folytonos idejű Markov láncok (CTMC)

- CTMC: Continuous Time Markov Chain
  - Folytonos idő paraméter, diszkrét állapottér
- Jelölések, tulajdonságok:
  - Diszkrét állapotok: $s_0, s_1, \ldots, s_n$
  - Állapotátmenetek valószínűsége: $Q_{ij}(t_{n-1},t_n)= P\{S(t_n)=s_j \mid S(t_{n-1})=s_i\}$
  - Homogén Markov-folyamat: $Q_{ij}(t,t+\Delta t)= Q_{ij}(\Delta t)$
    - Állapotátmenetek valószínűsége nem változik az idő függvényében
  - Állapotátmeneti intenzitás (gyakoriság, ráta):

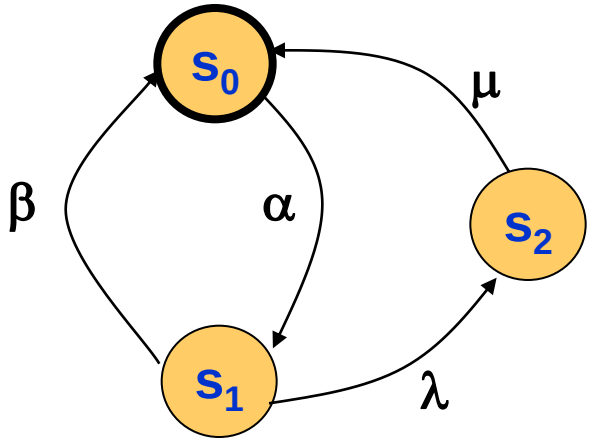
$$R_{ij}\left(t\right) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} Q_{ij}\left(\Delta t\right)$$

  - Állapot elhagyás összesített intenzitása:

$$E\left(s\right) = \sum_{s' \in S, s \neq s'} R_{s,s'}$$

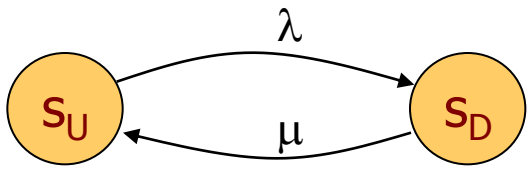
# Egy egyszerű CTMC

- CTMC szokásos megjelenítése:
  - Állapotok (kezdő valószínűségekkel)
  - Minden állapotpárra az állapotátmeneti intenzitás (ahol nem nulla, csak ott van feltüntetve)



# CTMC alkalmazások

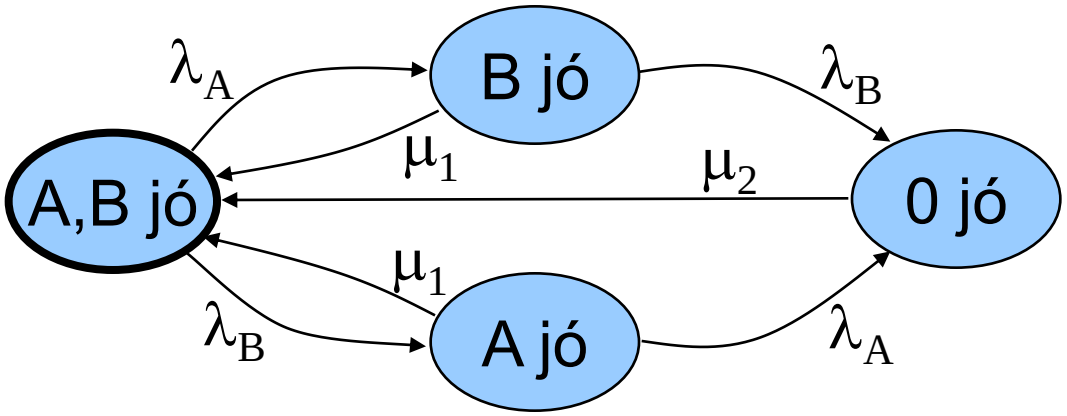
- Megbízhatósági modellezés:
  - Komponens állapotai: Hibamentes $s_U$ vagy hibás $s_D$ állapot
  - Gyakorlati tapasztalat elektronikai komponensekre:
    - A hibamentes állapot tartási ideje exponenciális eloszlással jellemezhető a tipikus használati tartományban
    - Az exp. eloszlásfüggvény paramétere: Meghibásodási gyakoriság, $\lambda$
    - A javítási időt is exp. eloszlással veszik figyelembe (egyszerűsítés), $\mu$
  - Így a modell:




- Teljesítmény modellezés
  - Sorbanállás - kiszolgálás
    - M/M/1 sor: „Markovi” beérkezési és kiszolgálási idők
    - Állapottér mint CTMC vehető fel

# Példa: Megbízhatósági modellezés

- Két szerverből (A, B) álló rendszer:
  - Bármelyik szerver meghibásodhat
  - A szerverek külön-külön vagy együtt is javíthatók
- Rendszerszintű állapotok: Mely szerverek jók
- Állapotátmenetek (exponenciális eloszlású időzítés):
  - Az A szerver meghibásodása: $\lambda_A$ meghibásodási tényező
  - A B szerver meghibásodása: $\lambda_B$ meghibásodási tényező
  - Egy szerver javítása: $\mu_1$ javítási tényező
  - Teljes rendszer javítása: $\mu_2$ javítási tényező



# CTMC jelölések

- CTMC=(S, **R**)

  S állapotok halmaza

  **R**: $S \times S \rightarrow R_{\geq 0}$ állapotátmeneti intenzitás (ráta) mátrix

  A paraméterek jelentése:

  - P{s-ből s'-be megy át t időn belül} = $1-e^{-R(s,s')t}$
  - P{s állapot elhagyása t időn belül} = $1-e^{-E(s)t}$

  **Q** = **R**–diag(E) „infinitezimális generátormátrix"

- Jelölések a trajektóriára:
  - $\sigma = s_0, t_0, s_1, t_1, \ldots$ ($t_i$ időpontban lép ki $s_i$-ből)
  - $\sigma$@t az állapot a t időpillanatban
  - Path(s) az s-ből induló útvonalak halmaza
  - P{s, $\sigma$} egy útvonal bejárásának valószínűsége

# CTMC megoldása

- Tranziens állapotvalószínűségek:
  - $\pi(s,s',t) = P\{\sigma \in Path(s) \mid \sigma@t=s'\}$ annak valószínűsége, hogy s-ből indulva a t időpillanatban s'-ben tartózkodik
  - $\underline{\pi}(s,t)$ az állapotok valószínűségei s-ből indulva t időpillanatban
  - CTMC tranziens megoldása:

$$\frac{d\,\underline{\pi}(s,t)}{dt} = \underline{\pi}(s,t)\underline{\underline{Q}}$$

Állapot tartási ideje:

$$P\{\text{s-ben marad t ideig}\} = e^{-E(s)t}$$

- Állandósult állapotbeli állapotvalószínűségek:
  - $\pi(s,s') = \lim_{t\to\infty} \pi(s,s',t)$ az állapotok valószínűsége s-ből indulva
  - $\underline{\pi}(s)$ az állapotok valószínűsége (sorvektorként)
  - CTMC állandósult állapotbeli megoldása:

$$\underline{\pi}(s)\underline{\underline{Q}} = 0 \quad \text{ahol} \quad \sum_{s'} \pi(s,s') = 1$$

# Miért beszéltünk minderről?

- A Markov-láncok jellegzetességei
  - Előny: Matematikailag jól kezelhetők, megoldási módszerek vannak
  - Hátrány: Nagy állapottereket nehézkes felvenni gyakorlati rendszerek modellezése során
    - Egyszerű állapotok és átmenetek szintjén kellene modellezni
    - Nem jól támogatja konkurens események, szinkronizáció modellezését
    - Nincs lehetőség hierarchikus modellezésre
- Mire használjuk a Markov-láncokat?
  - Alapszintű (háttér) formalizmus magasabb szintű modellekhez
    - Sztochasztikus Petri-hálókhoz
    - Sztochasztikus processz algebrákhoz
  - Sztochasztikus Petri-háló elérhetőségi gráfja CTMC lesz
    - Markov-lánc megoldása, ezen végzett ellenőrzés felhasználható
  - Analógia: Petri-háló elérhetőségi gráfja mint Kripke-struktúra
    - A modellellenőrzés a Kripke-struktúrán végezhető

# Sztochasztikus Petri-hálók

# Definíció

- Alapkoncepció:
  - Az időt a tranzíciók tüzeléséhez kötjük (a tüzeléssel leírható tevékenység, történés, állapotváltozás idejét modellezzük)
- Egy Petri-hálót sztochasztikusnak nevezünk, ha
  - Minden tranzíciójához tüzelési időt (késleltetést) rendelünk
  - A tüzelési késleltetés véletlen (valószínűségi változóval írható le, egy adott eloszlás szerint sorsolja a késleltetési időt)
  - A tüzelési késleltetés statisztikailag független a többi tranzíció késleltetési idejétől
- Sztochasztikus Petri-háló osztályok
  - Sztochasztikus Petri-háló (SPN)
  - Általánosított sztochasztikus Petri-háló (GSPN)
  - Determinisztikus és sztochasztikus Petri-háló (DSPN)

# Sztochasztikus Petri-hálók (SPN)

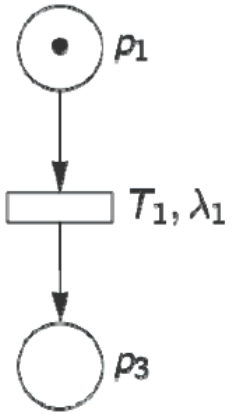
- SPN: Stochastic Petri Net
- Az egyszerű Petri-hálók kiterjesztése
  - A tranzíciókhoz véletlen tüzelési késleltetést rendelünk
  - A késleltetés negatív exponenciális valószínűségi eloszlásfüggvénnyel jellemezhető
- A tüzelés szemantikájának módosulása
  - Engedélyezettség feltétele: Nem változik
  - Tüzelési szabály: Egy tranzíció tüzelhet egy t+d időpillanatban, ha
    - t időpontban engedélyezetté vált
    - d késleltetési időt sorsolt a hozzá tartozó eloszlásfüggvény szerint
    - a [t, t+d) időtartományban folyamatosan engedélyezett volt

# Jelölések

- Tranzíciók paramétere (rátája):
  - $\lambda_i$ egy $T_i$ tranzíció $d_i$ késleltetési idejéhez tartozó negatív exponenciális eloszlás paramétere (pozitív valós szám)
- Grafikus jelölés
  - Tranzíciók mint üres téglalapok
- Egy $\lambda$ rátájú tranzíció esetén:
  - A sorsolt $d_i$ késleltetési időre:

$$P\{d_i \le t\} = 1 - e^{-\lambda_i t}$$

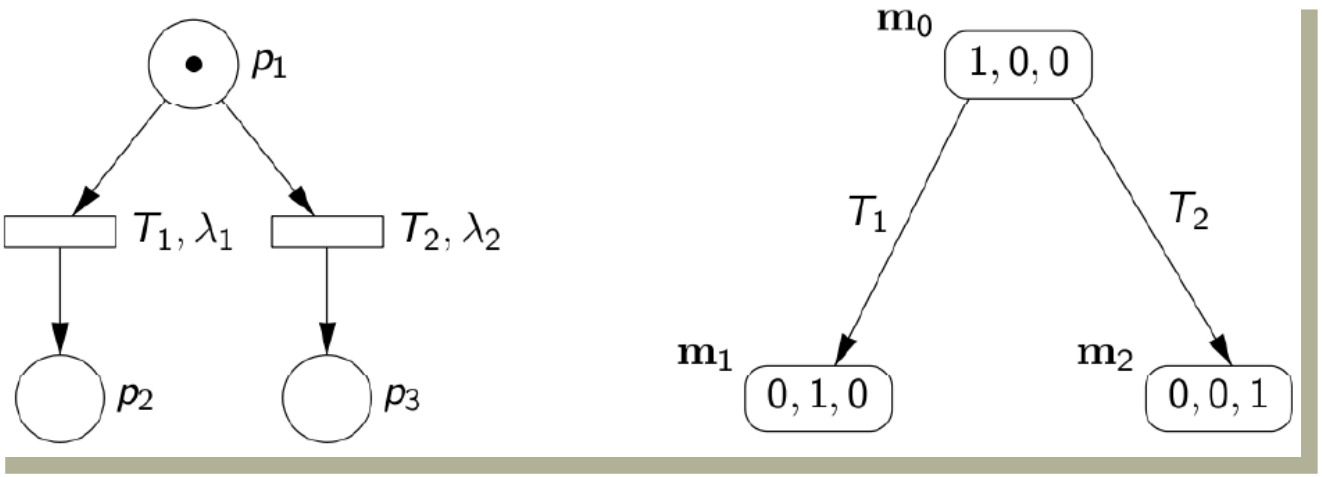
$$P\{d_i > t\} = e^{-\lambda_i t}$$



# Mi történik, ha több tranzíció engedélyezett?

- Az a tranzíció tüzel, amelynek hamarabb letelik a sorsolt késleltetési ideje
  - Engedélyezett tranzíciók versenyben vannak
  - A sorsolt idők alapján (valószínűségi) döntés
- Az engedélyezetten maradó tranzíciók helyzete egyikük tüzelése után:
  - A tüzeléskor új jelölés alakul ki
  - Kell-e ekkor új késleltetést sorsolni?
    - SPN esetén indifferens, mert a késleltetési idő exponenciális eloszlása miatt fennáll a Markov tulajdonság
    - Az engedélyezett tranzíciók tüzelésig hátralévő ideje ugyanolyan exponenciális eloszlású marad, nem számít, hogy mennyi ideig voltak már engedélyezve
    - A tüzelésig hátralévő idő statisztikailag független az engedélyezetté válás óta eltelt időtől

# Konfliktusban lévő tranzíciók




- Az $m_0$ jelölés tartási ideje:
  - Két exp. eloszlásfüggvényű valószínűségi változó minimuma határozza meg
    - Tétel: Ez is exp. eloszlásfüggvényű, $\lambda_1 + \lambda_2$ paraméterrel
  - Tehát a tartási idő exponenciális eloszlásfüggvénnyel jellemezhető, aminek paramétere $\lambda_1 + \lambda_2$
  - A tartási idő várható értéke $1/(\lambda_1 + \lambda_2)$

# Általánosítás

- Ha n számú, $\lambda_1$, $\lambda_2$ , ..., $\lambda_n$ paraméterű tranzíció engedélyezett egy m jelölésben, akkor
  - Az m jelölés tartási idejét jellemző exponenciális eloszlás paramétere:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n$$

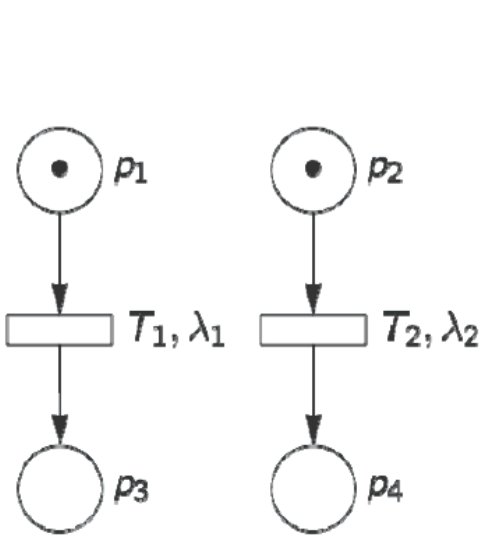
  - Az m jelölés elhagyásának várható ideje:

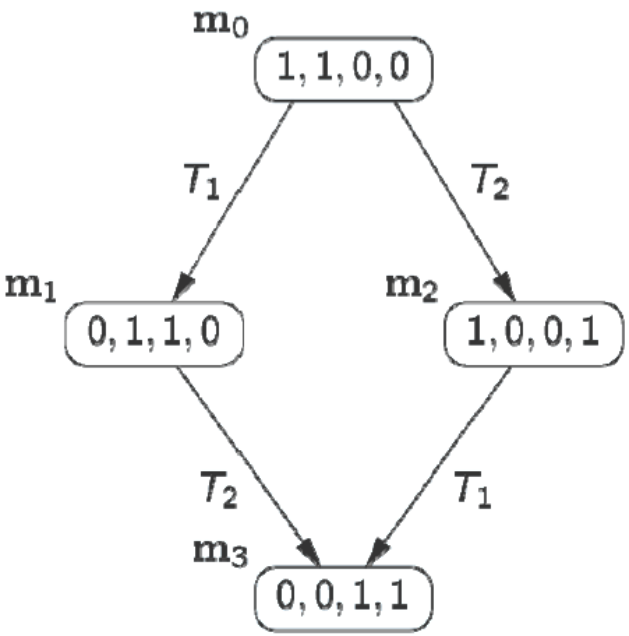
$$\frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n}$$

  - Annak a valószínűsége, hogy a $\lambda_1$ paraméterű tranzíció tüzel először:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n}$$

# Konkurens tranzíciók



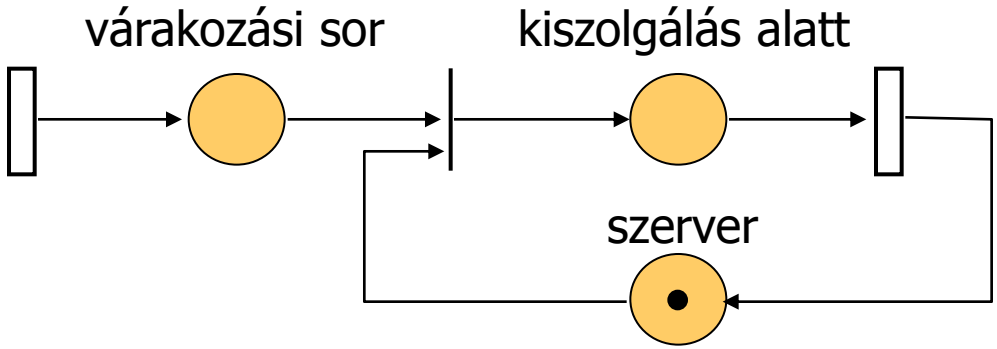

- Ha $T_1$ tüzel $d_1 \geq 0$ késleltetéssel, akkor mi lesz $T_2$ tüzelésének késleltetési ideje az új jelölésben?
  - $\lambda_2$ paraméterű exp. eloszlású marad, az eredeti eloszlásfv. Markov tulajdonsága miatt

# Jellemzők összefoglalása az SPN-re

- Az új jelölés kialakulásához szükséges idő exponenciális eloszlású
  - Konfliktusban lévő vagy konkurens tranzíciók esetén is
- Az időzítéssel ellátott elérhetőségi gráf egy CTMC
  - Struktúrája független a tranzíciók paramétereinek értékétől
  - A CTMC megoldási módszerei használhatók az SPN analíziséhez
- Az analízis eredményei
  - Állandósult állapotbeli megoldás (létezik, ha az SPN korlátos és megfordítható):
    - Jelölések valószínűsége (aszimptotikus)
    - Tokenek számának várható értéke egy-egy helyen
    - Tranzíciók tüzelési gyakorisága
  - Tranziens megoldás:
    - Jelölések valószínűségi időfüggvényei

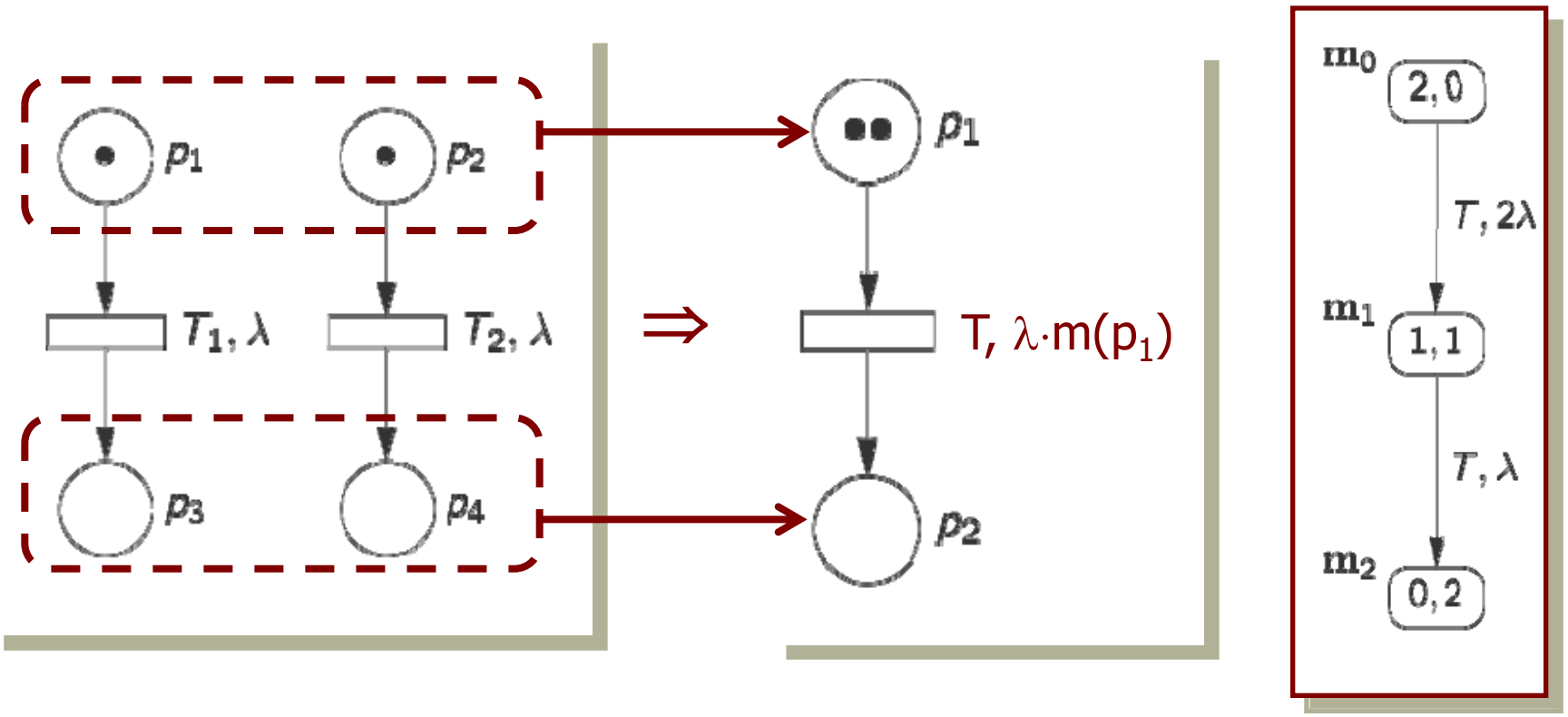
# Példa: M/M/1 sor

- Egy szerver szolgál ki sorbanálló kéréseket
- Exponenciális eloszlásfüggvénnyel jellemezhető:
  - Kérések beérkezésének időközei
  - Kiszolgálási idő




- Meghatározható (különféle paraméterek mellett):
  - Szerver kihasználtsága (pl. „idle” jelölés valószínűsége)
  - Várakozók átlagos száma (pl. átlagos tokenszám)

# Példa: Modell egyszerűsítés azonos paraméterű konkurens tranzíciókra



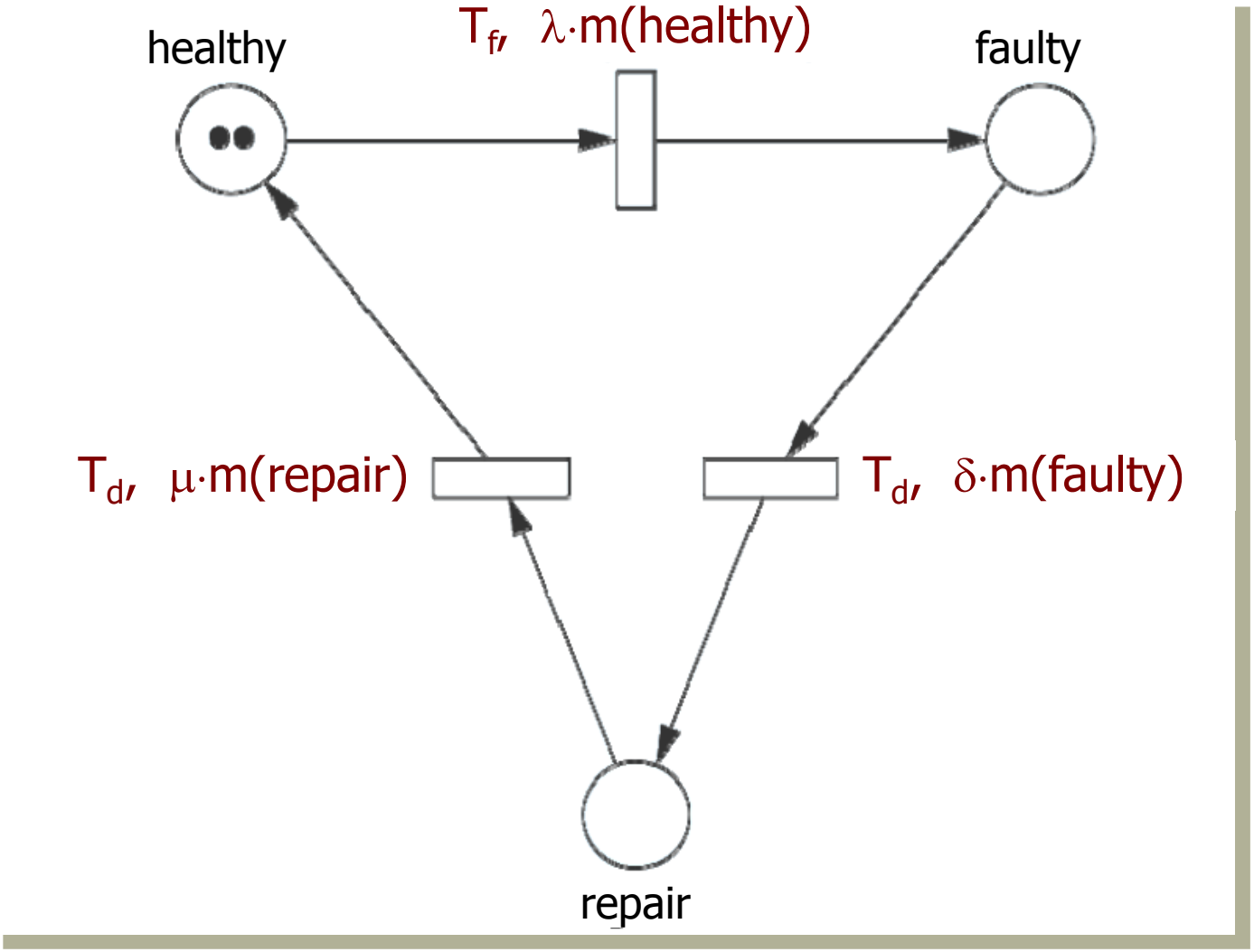

- Jelölésfüggő paraméterek időzített tranzíciókhoz
  - Modellezési erőt nem növel
  - Bemenő élhez vagy bemenő tiltó élhez kapcsolódó hely jelölésétől függhet az exponenciális eloszlásfüggvény paramétere

# Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Két azonos típusú szerver
- Egy-egy szerver meghibásodási tényezője $\lambda$
  - Azaz $\lambda$ paraméterű exp. eloszlásfüggvény alapján sorsolható idő eltelte után hibásodik meg
  - A szerverek függetlenül hibásodhatnak meg
- A hiba detektálási ideje $\delta$ paraméterű exp. eloszlásfüggvénnyel jellemezhető
  - Egyszerre több szerver hibája is detektálható
- A hiba javítási ideje $\mu$ paraméterű exp. eloszlásfüggvénnyel jellemezhető
  - Egyszerre több szerver is javítható (nem csak egy szerelő van)

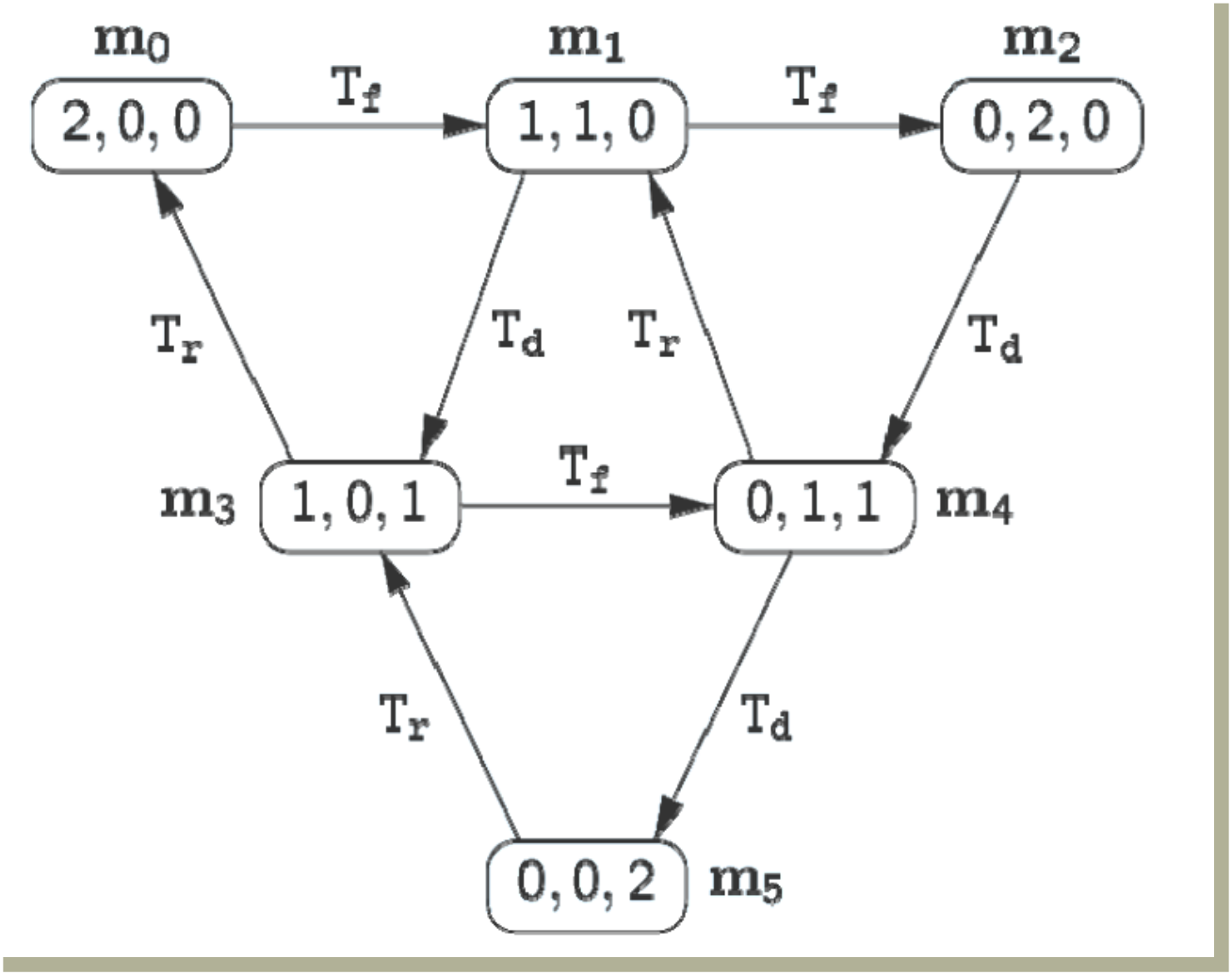
# Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Az SPN modell:



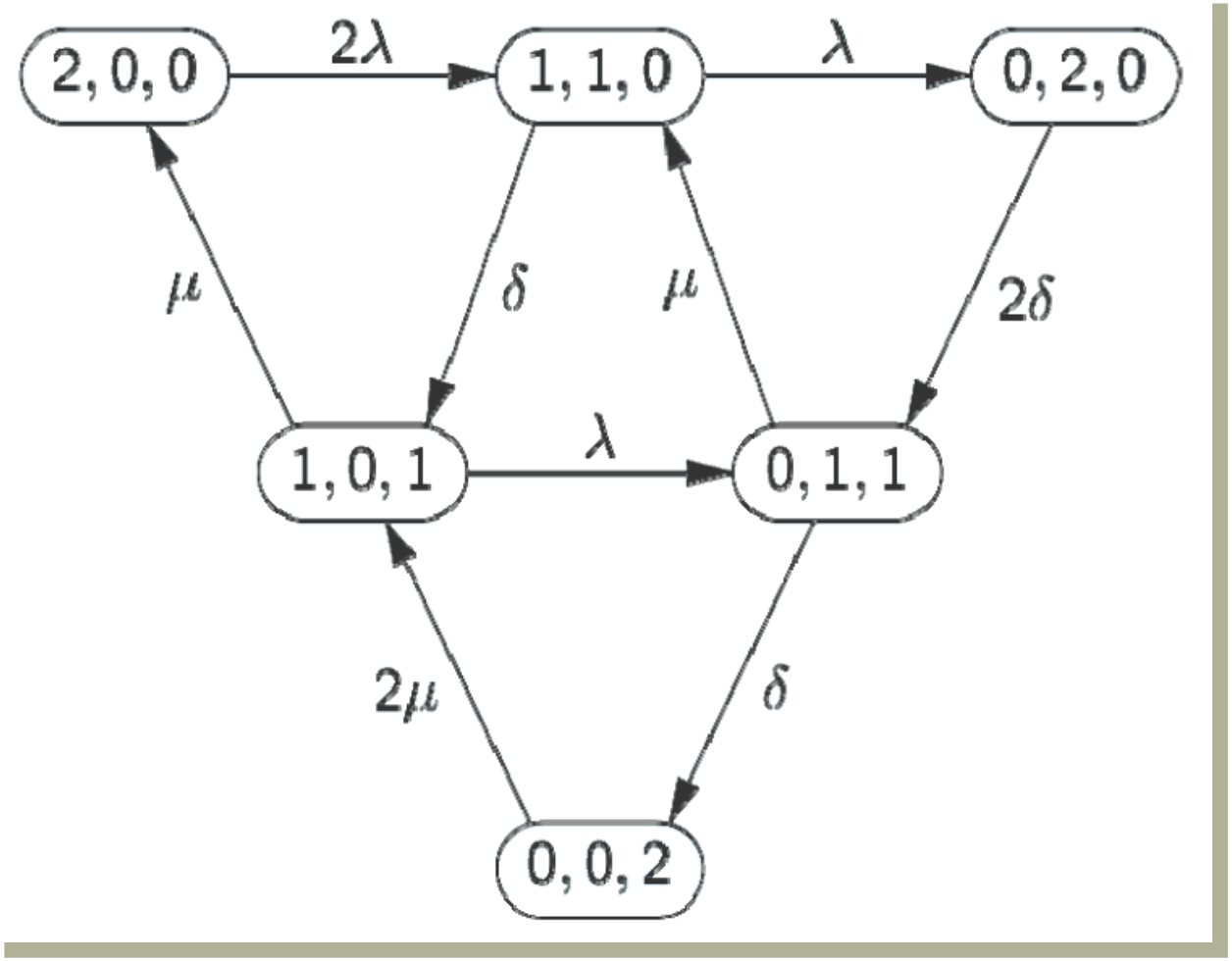
# Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Az elérhetőségi gráf: (healthy, faulty, repair) jelölésre



# Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Az elérhetőségi gráf mint CTMC: (healthy, faulty, repair)



# További sztochasztikus Petri-háló osztályok

# Általánosított sztochasztikus Petri-hálók

- GSPN: Generalized Stochastic Petri Net
- Kiterjesztések SPN-hez képest
  - Azonnal tranzíciók
    - Logikai függőségek modellezésére
  - Prioritások tranzíciók között
    - Konfliktusok feloldására
  - Tiltó élek
  - Őrfeltételek
    - Egyszerűsítés (élek helyett predikátumok)
- Az elérhetőségi gráf továbbra is CTMC
  - Eltűnő (vanishing) jelölések
  - Adott ideig fennálló (tangible) jelölések

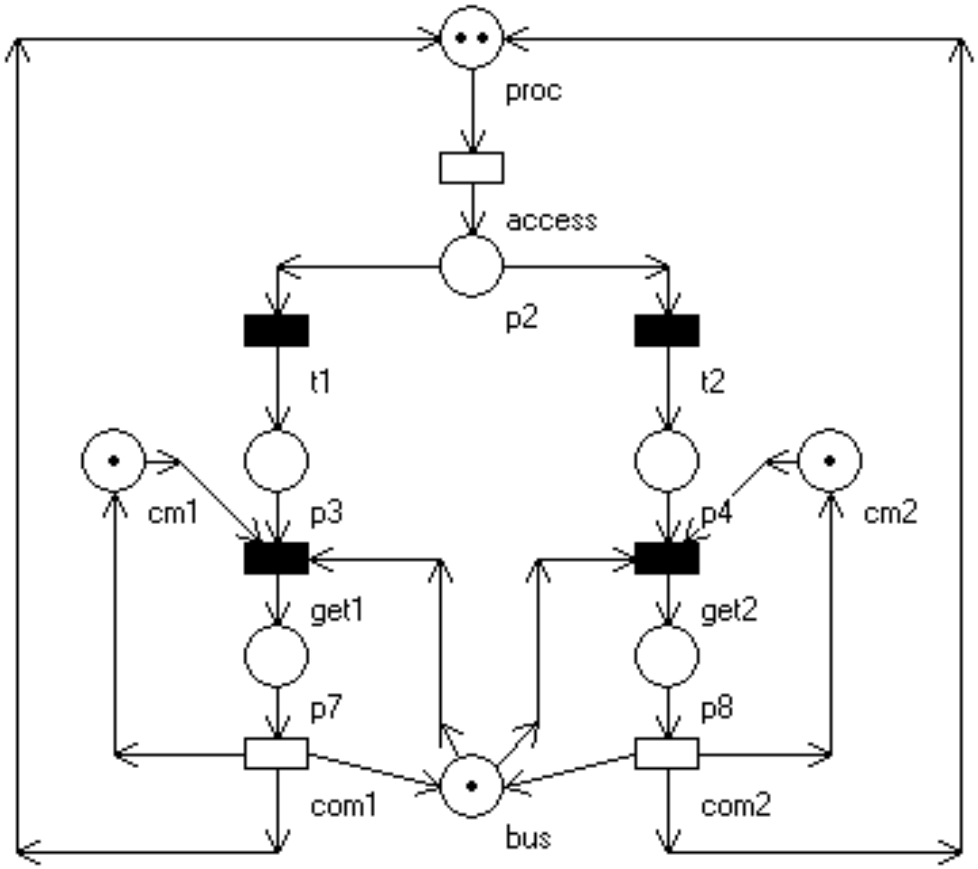
# GSPN formális definíció

GSPN=(P, T, I, O, $m_0$, H, $\Pi$, L, G)

- $H \subseteq P \times T$ tiltó élek
- $\Pi$: $T \rightarrow Z$ prioritások
  - Időzített tranzíciók: 0 a prioritás
  - Azonnali tranzíciók: >0 a prioritás;
    ez alapján végezhető konfliktusfeloldás közöttük
- L: $T \rightarrow R^+$ a tranzíciók paraméterei
  - Időzített tranzíciók esetén: A késleltetési idő sorsolásához a negatív exp. valószínűségi eloszlásfüggvény paramétere
  - Azonnali tranzíciók esetén: Súlyok az azonos prioritású, konfliktusban lévő engedélyezett tranzíciók közötti véletlenszerű választáshoz
- G: $T \rightarrow$ *Boole-fv* tranzíciókhoz rendelt őrfeltételek
  - Az adott átmenet engedélyezetté válásához igaznak kell lennie
  - A jelöléseken értelmezett, pl. m(P)>2, ahol m(P) a P hely jelölése

# GSPN példa

- Több processzor (proc)
  - Adott gyakoriságú kommunikációs igény (access)
- Közös buszon (bus) két kommunikációs egység (cm1, cm2)
  - Adott valószínűséggel cm1 vagy cm2 használata
- Elemezhető:
  - Várakozók átlagos száma az egyes kommunikációs egységekre
  - Busz kihasználtság (foglaltság)
  - Kommunikációs egységek kihasználtsága
  - ...



# Determinisztikus és sztochasztikus Petri-hálók

- DSPN: Deterministic and Stochastic Petri Net
- További kiterjesztések:
  - Determinisztikus késleltetéssel (tüzelési idővel) ellátott tranzíciók is lehetségesek
    - Konstans késleltetést jelent a tranzíció tüzeléséhez
    - Használható a determinisztikus idejű aktivitások modellezésére (pl. javítási idő a megbízhatósági modellezésben)
    - Jelölés: Befeketített vastag téglalap
- Az analízis hatékonyságának feltétele:
  - Egy jelölésben csak egy determinisztikus időzítésű tranzíció legyen engedélyezett
  - Ez esetben az elérhetőségi gráf Markovi analízissel vizsgálható marad

# Általános időzített Petri-hálók (TPN)

- Általános eloszlásfüggvény adható a tranzíciók tüzelési idejének (késleltetésének) sorsolásához
- Általános esetben az elérhetőségi gráf nem CTMC
  - Struktúrája függ az eloszlások paramétereitől
  - Markovi analízissel nem vizsgálható
    - Speciális esetekre van csak analitikus megoldás
  - Szimulációval való megoldás szokásos
    - Nehéz, ha eltérő a késleltetések nagyságrendje
- Nem triviális a késleltetések újrasorsolásának szemantikája egy-egy új jelölésben
  - Mivel az eloszlás nem emlékezetnélküli, van jelentősége annak, hogy van-e és milyen az újrasorsolás

# Az időzített tranzíciók szemantikája

- Hogyan történik a konfliktusfeloldás?
  - Előválasztás (preselection): A késleltetéstől független a döntés
  - Verseny (race): A sorsolt késleltetési idő dönt (modellekben gyakoribb)
- Mi történik egy-egy új jelölés kialakulásakor?

| Szemantika: Késleltetés sorsolása az új jelölésben | Tranzíció engedélyezett marad az új jelölésben | Tüzelése előtt az engedélyezettségét elvesztő tranzíció újra engedélyezetté válik |
|---|---|---|
| „Race with resampling” | Újrasorsolás az eredeti eloszlás szerint: „újrakezd” | Újrasorsolás az eredeti eloszlás szerint: „újrakezd” |
| „Race with enabling memory” | Újrasorsolás a maradék idő szerint: „folytatódik” | Újrasorsolás az eredeti eloszlás szerint: „újrakezd” |
| „Race with age memory” | Újrasorsolás a maradék idő szerint: „folytatódik” | Újrasorsolás a maradék idő szerint: „folytatódik” |

# Sztochasztikus reward hálózatok

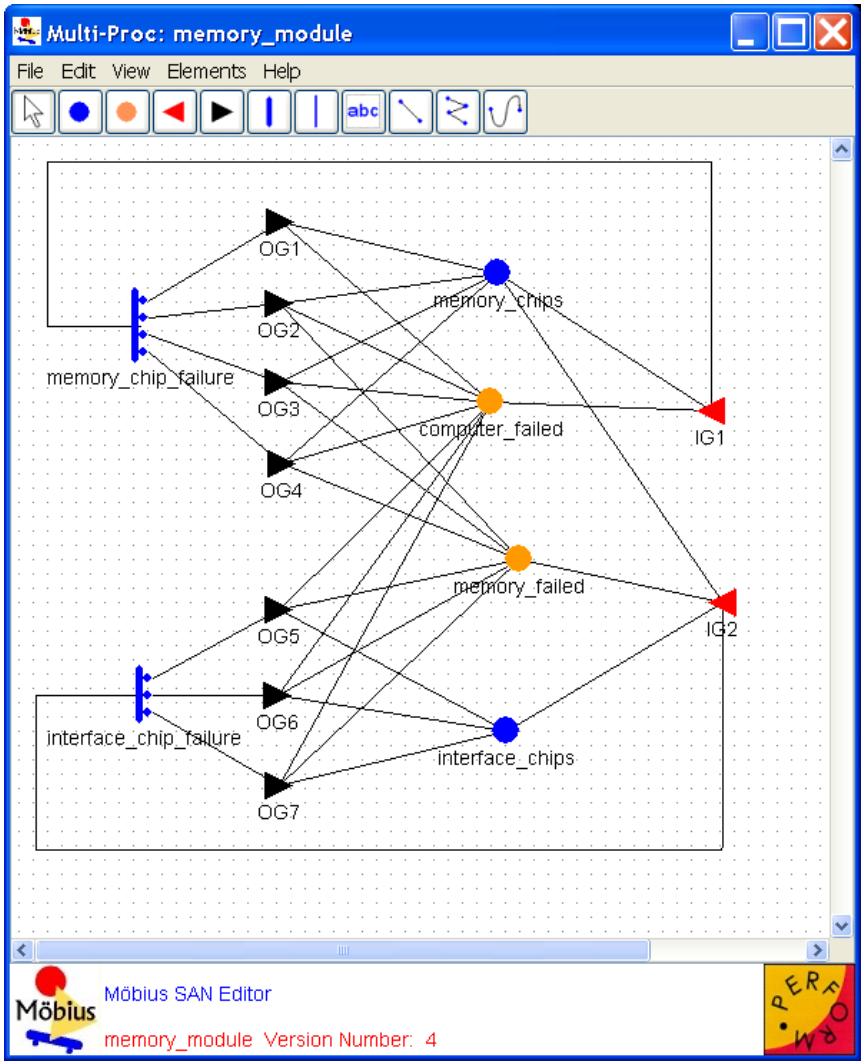
- SRN: Stochastic Reward Net
  - Reward: Haszon (vagy költség, ha negatív) függvények megadása
- Ráta jellegű reward (rate reward):
  - Jelöléseken értelmezett, haszon/időegység értéket ad meg
  - Időintervallumra megállapítható haszon a reward ráta idő szerinti integrálásával
  - Példa: Ha jó a szerver, 300 Ft/óra a haszon, egyébként 200 Ft/óra a kötbér:

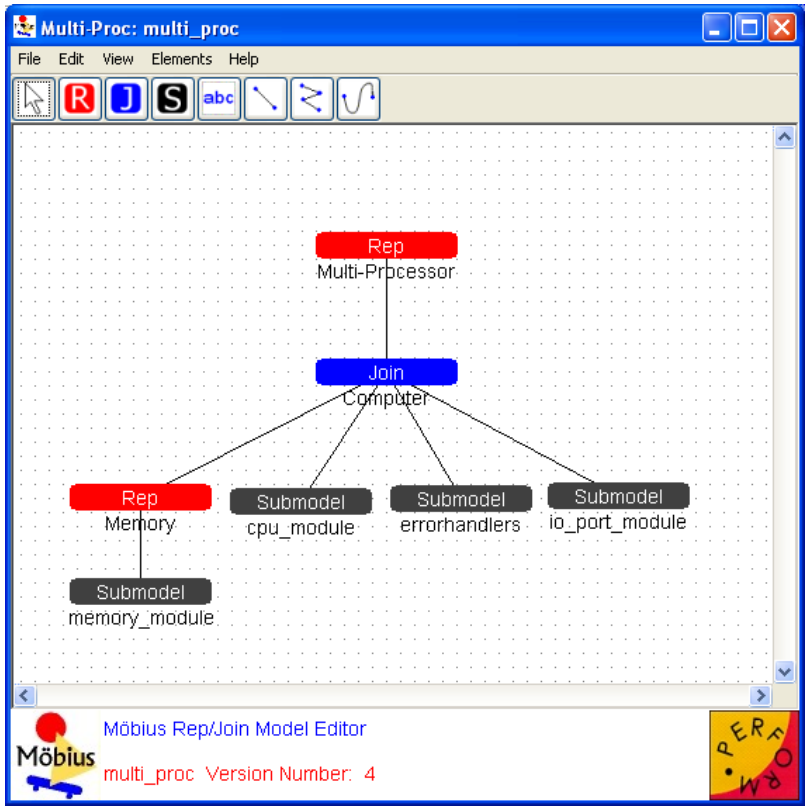
```
if (m(healthy)>0) then ra=300 else ra=-200
```

- Impulzus jellegű reward (impulse reward):
  - Egy-egy tranzíció tüzeléséhez rendelhető hasznot ad meg
  - Időintervallumra összegezhető, a tüzelésekre összeadva
  - Példa: Egy-egy javítás költsége 500 Ft:

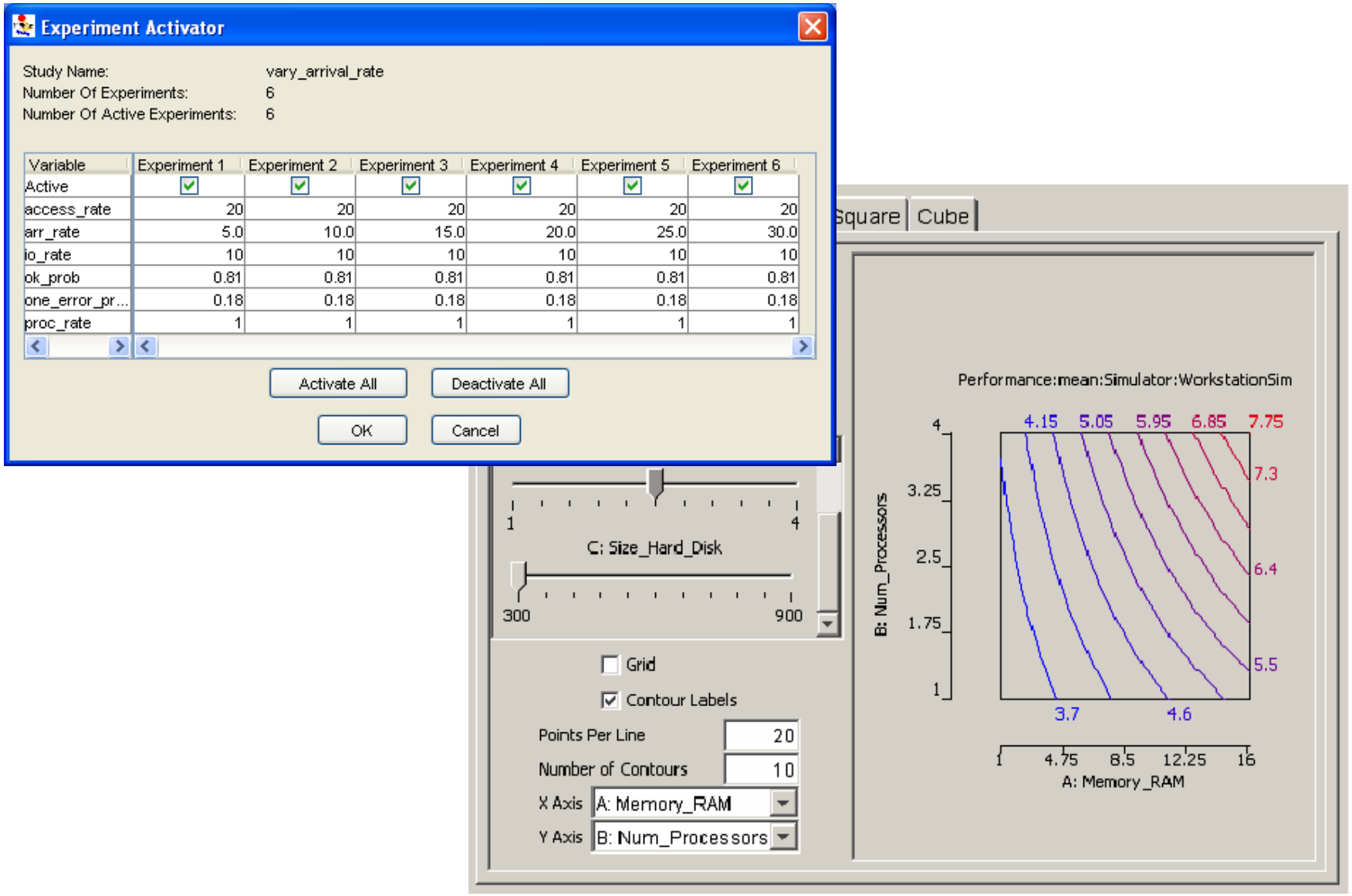
```
if (fire(Repair)) then ri=500
```

# Sztochasztikus aktivitás hálózatok: Möbius



# Sztochasztikus aktivitás hálózatok: Möbius



# Követelmények formalizálása sztochasztikus temporális logikával

# Sztochasztikus logikák: Motiváció

- Extra-funkcionális követelmények formalizálása
  - QoS: Quality of Service, SLA: Service Level Agreement
- Jellemzőek a követelményekre:
  - Adott szolgáltatási szintek valószínűségei
    - Példa: Rendelkezésre állás, mint a jó szolgáltatás valószínűsége
  - Szolgáltatási szintek fenntartásának időtartama
    - Példa: Javítási idő maximuma
- Példák összetett QoS követelményekre:
  - Annak a valószínűsége kisebb 10%-nál, hogy bekapcsolás után 85 időegység alatt a szolgáltatási szint Minimum alá csökken.
  - Annak a valószínűsége legfeljebb 20%, hogy a hiba utáni javítás több mint 15 időegységet vegyen igénybe.

# Hogyan formalizálhatók a követelmények?

- A követelmények értelmezése: Alapszintű modellként CTMC modelleken
  - Állapotok: Állandósult vagy tranziens valószínűségekkel
  - Trajektóriák (útvonalak): Bejárás valószínűségével
- CTL mint analógia: Állapot- illetve útvonal kifejezések Kripke struktúrákon
  - Állapotban értelmezett útvonal kvantorok: A, E
  - Útvonalon értelmezett operátorok: F, G, X, U
- CSL: Continuous Stochastic Logic
  - Állapotokra és útvonalakra vonatkozó valószínűségi kifejezések és időtartamok megadása
  - Modell ellenőrzés „gombnyomásra” a CTMC alapján

# CSL alapötletek

- Kiterjesztések a CTL-hez képest:
  - Valószínűségi kiterjesztések:
    - Állandósult állapotban: állapot-kifejezések által megadott állapot-halmazokban való tartózkodás valószínűsége
    - Útvonal-kifejezések által megadott útvonalak bejárásának valószínűsége (tranziens analízis)
  - Időtartományok megadása:
    - Temporális operátorokhoz (X, U) időintervallum megadása: az adott időintervallumon belüli bekövetkezés
- Jelölések:

  I intervallum, pl. [0, 12),  [15, ∞)

  p valószínűség

  ~ az összehasonlítás operátora, pl. ≥, ≤, <, >

# CSL állapot-kifejezések

- Jelölések:
  - $\Phi$ állapot-kifejezések (ezek alkotják a CSL kifejezéseket)
  - $\varphi$ útvonal-kifejezések
- Szintaxis: $\Phi ::= P \mid \neg\Phi \mid \Phi \vee \Phi \mid S_{\sim p}(\Phi) \mid P_{\sim p}(\varphi)$
  - $S_{\sim p}(\Phi)$ jelentése: olyan állapotokban való tartózkodás állandósult állapotbeli valószínűsége ~p, ahol $\Phi$ igaz

    P{$\Phi$ igaz állandósult állapotban} ~ p
    - Példa: $S_{>0,8}$(Minimum$\vee$Premium)
  - $P_{\sim p}(\varphi)$ jelentése: olyan út bejárásának valószínűsége ~p, amely úton $\varphi$ igaz

    P{$\varphi$ igaz a bejárt útvonalon} ~p
    - Példa: $P_{>0,7}$(true U Premium)

# CSL útvonal-kifejezések

- Szintaxis: $\varphi ::= X^I \Phi \mid \Phi\ U^I\ \Phi$
  - $X^I \Phi$ - a következő állapotot a $t \in I$ időpillanatban érjük el, és ebben a következő állapotban igaz $\Phi$
    - Példa: $X^{[0,10]}$Premium
  - $\Phi_1\ U^I\ \Phi_2$ – az útvonal mentén igaz $\Phi_1$, amíg $\Phi_2$ igaz nem lesz a $t \in I$ időpillanatban
    - Példa: Minimum $U^{[5,10]}$ Premium
- Rövidítések:
  - $E\ \varphi = P_{>0}(\varphi)$
  - $A\ \varphi = P_{\geq 1}(\varphi)$
  - $F^I\ \Phi = \text{true}\ U^I\ \Phi$
  - $X\ \Phi = X^I\ \Phi, \quad \Phi_1\ U\ \Phi_2 = \Phi_1\ U^I\ \Phi_2$ ahol $I=[0,\infty)$

# CSL szemantika

- M=(S, **R**, L) egy CTMC az állapotok címkézésével
  - L: S $\rightarrow 2^{AP}$ állapot címkézés
  - Jelölés: $\pi(s, S')$ állandósult állapotvalószínűségek S' állapothalmazra
- Alap operátorok:
  - M,s |= P a.cs.a. $P \in L(s)$
  - M,s |= $\neg\Phi$ a.cs.a. nem igaz M,s |= $\Phi$
  - M,s |= $\Phi_1 \vee \Phi_2$ a.cs.a. M,s |= $\Phi_1$ vagy M,s |= $\Phi_2$
- Állapot kvantorok:
  - M,s |= $S_{\sim p}(\Phi)$ a.cs.a. $\pi(s, Sat(\Phi)) \sim p$,

    azaz $s \in Sat(S_{\sim p}(\Phi))$ a.cs.a. $\sum_{s' \in Sat(\Phi)} \pi(s, s') \sim p$

  - M,s |= $P_{\sim p}(\varphi)$ a.cs.a. $P\{s, \sigma \mid \sigma|=\varphi\} \sim p$,

    azaz $s \in Sat(P_{\sim p}(\varphi))$ a.cs.a. $\sum_{\substack{\sigma \in Path(s) \\ \sigma|=\varphi}} P\{s, \sigma\} \sim p$

s-ből indulva Sat(Φ) áll. állapotban való tartózkodás vsz. ~p

σ|=φ útvonal bejárás vsz. ~p

# CSL szemantika (folytatás)

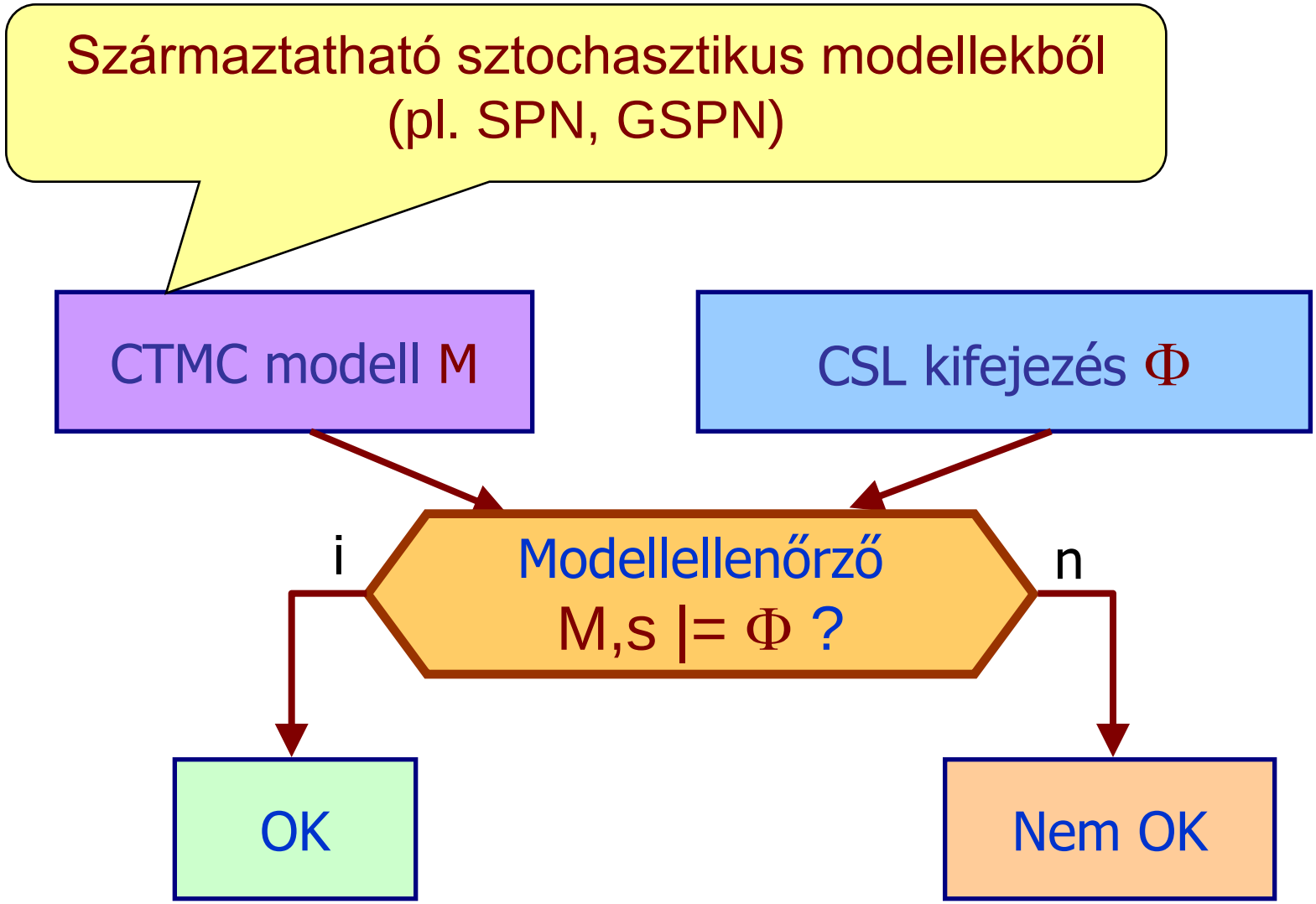
- Útvonal kvantorok:
  - $M,\sigma \models X^I \Phi$ a.cs.a.

    $\exists s_1$: $M,s_1 \models \Phi$ és $t_0 \in I$

  - $M,\sigma \models \Phi_1 U^I \Phi_2$ a.cs.a.

    $\exists t \in I$: ($\sigma@t \models \Phi_2$ és $\forall u \in [0,t)$: $\sigma@u \models \Phi_1$)

# CSL modellellenőrzés

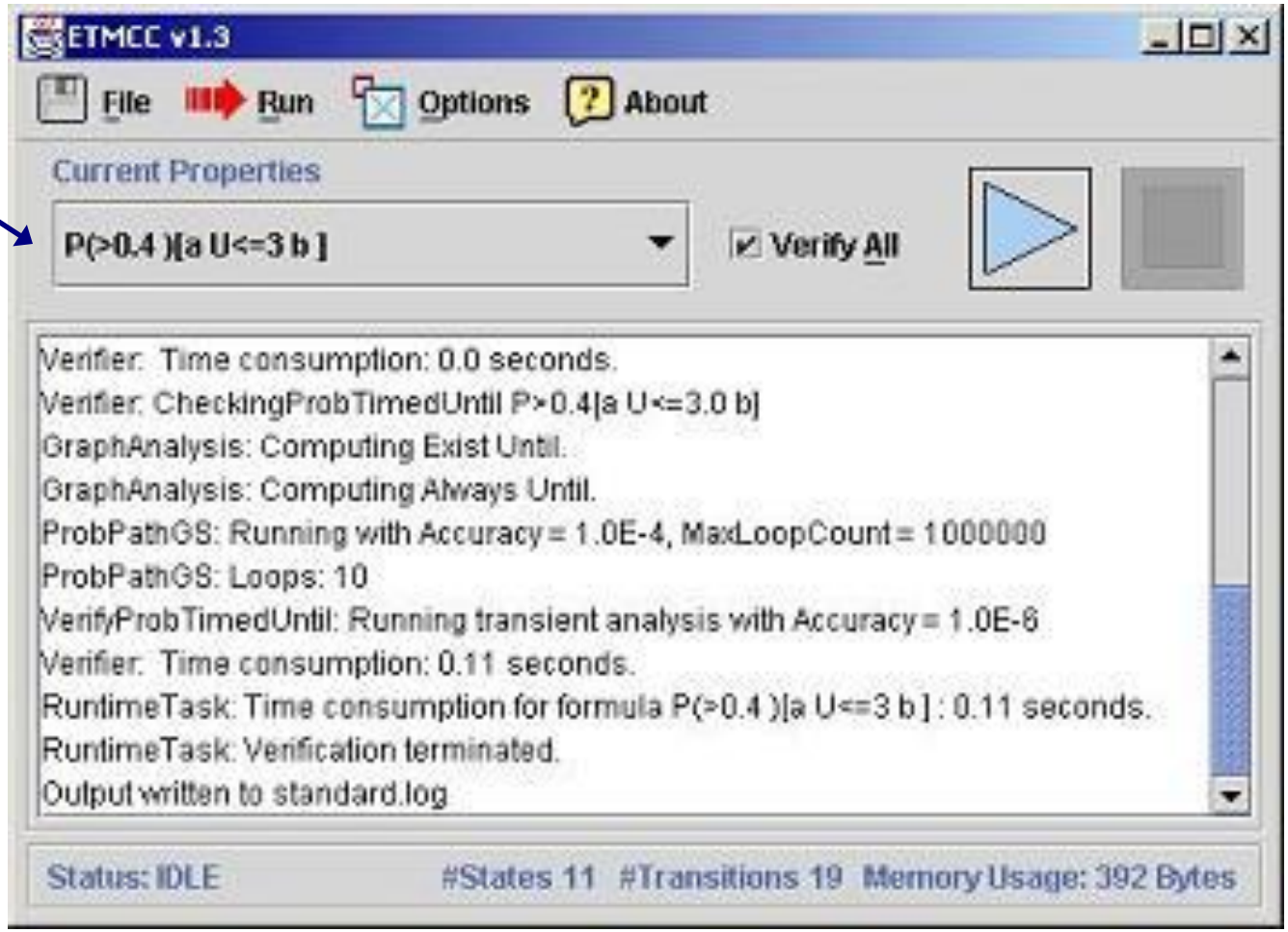


# CSL modellellenőrzők

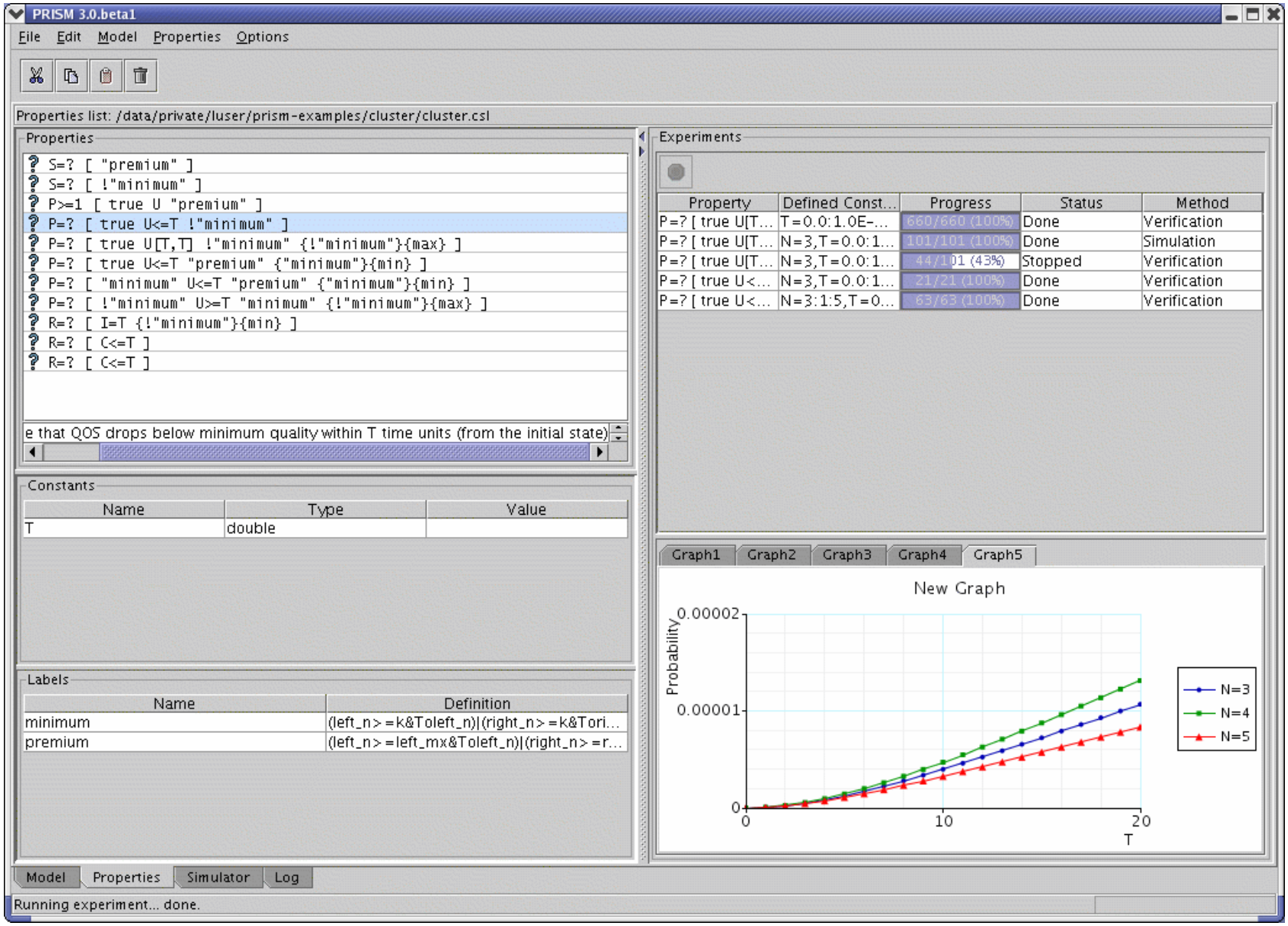
- Az első megvalósítás: ETMCC
  Erlangen-Twente Markov Chain Checker (E|-MC$^2$)
  - Markov-láncokhoz
  - Sztochasztikus processz algebrákhoz
- PRISM: Probabilistic Symbolic Model Checker
  - GreatSPN kiterjesztés
  - BDD alapú ellenőrzéssel
- MRMC: Markov Reward Model Checker
  - Diszkrét idejű Markov-lánc is használható
  - A modellek kiterjesztése reward (haszon) függvények megadásával

# ETMCC

CSL kifejezések

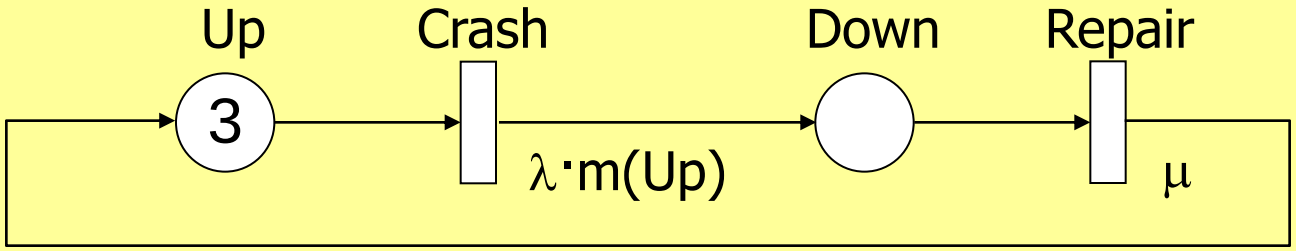


# PRISM


PRISM 3.0.beta1
File Edit Model Properties Options
Properties list: /data/private/luser/prism-examples/cluster/cluster.csl
Properties
S=? [ "premium" ]
S=? [ !"minimum" ]
P>=1 [ true U "premium" ]
P=? [ true U<=T !"minimum" ]
P=? [ true U[T,T] !"minimum" {!"minimum"}{max} ]
P=? [ true U<=T "premium" {"minimum"}{min} ]
P=? [ "minimum" U<=T "premium" {"minimum"}{min} ]
P=? [ !"minimum" U>=T "minimum" {!"minimum"}{max} ]
R=? [ I=T {!"minimum"}{min} ]
R=? [ C<=T ]
R=? [ C<=T ]
e that QOS drops below minimum quality within T time units (from the initial state)
Constants
Name Type Value
T double
Labels
Name Definition
minimum (left_n>=k&Toleft_n)|(right_n>=k&Tori...
premium (left_n>=left_mx&Toleft_n)|(right_n>=r...
Experiments
Property Defined Const... Progress Status Method
P=? [ true U[T... T=0.0:1.0E-... 660/660 (100%) Done Verification
P=? [ true U[T... N=3,T=0.0:1... 101/101 (100%) Done Simulation
P=? [ true U[T... N=3,T=0.0:1... 44/101 (43%) Stopped Verification
P=? [ true U<... N=3,T=0.0:1... 21/21 (100%) Done Verification
P=? [ true U<... N=3:1:5,T=0... 63/63 (100%) Done Verification
Graph1 Graph2 Graph3 Graph4 Graph5
New Graph
Probability
0.00002
0.00001
0
0
10
20
T
N=3
N=4
N=5
Model Properties Simulator Log
Running experiment... done.

# Példa: CSL használata QoS formalizálására 1.

Három szerverből álló rendszer (SPN modell):




- Jelölések címkézése (elérhetőségi gráfban):
  - Premium: m(Up)=3 or m(Up)=2
  - Minimum: m(Up)=1
  - Failure: m(Up)=0
- Az elérhetőségi gráf mint címkézett CTMC
- Követelmények megfogalmazása (csak) a címkék segítségével

# Példa: CSL használata QoS formalizálására 2.

- Hosszú távon legalább 70% valószínűséggel Premium szolgáltatás:

$$S_{\geq 0.7}(\text{Premium})$$

- Hosszú távon kisebb a valószínűsége 5%-nál, hogy Minimum alatti szolgáltatás lesz:

$$S_{<0.05}(\text{Failure})$$

- Rendelkezésre állás nagyobb 99%-nál:

$$S_{\geq 0.99}(\text{Premium} \vee \text{Minimum})$$

- Bekapcsolás után 10 időegységgel 20%-nál kisebb valószínűséggel lesz hibás:

$$P_{<0.2}(\mathrm{F}^{[10,10]}\ \text{Failure})$$

- Bármikor lehetőség van a Premium szolgáltatás szint visszaállítására:

$$P_{\geq 1}(\mathrm{F}\ \text{Premium})\ \text{azaz}\ P_{\geq 1}(\text{true}\ \mathrm{U}^{(0,\infty)}\ \text{Premium})$$

# Példa: CSL használata QoS formalizálására 3.

- Annak a valószínűsége kisebb 10%-nál, hogy 85 időegységen belül a szolgáltatási szint Minimum alá csökken:

$$P_{<0.1}(F^{[0,85]}\ \text{Failure})$$

- Ha hibásan indul, akkor 2 időegység múlva a hiba kisebb mint 30% valószínűséggel áll fenn:

$$\text{Failure} \Rightarrow P_{<0.3}(F^{[2,2]}\ \text{Failure})$$

- Annak a valószínűsége legfeljebb 20%, hogy a hiba utáni helyreállítás több mint 15 időegységet vegyen igénybe:

$$\text{Failure} \Rightarrow P_{\leq 0.2}(\text{Failure}\ U^{[15,\infty)}\ (\text{Minimum} \vee \text{Premium}))$$

- Annak a valószínűsége, hogy Minimum szolgáltatási szint esetén 5 időegységen belül (ezalatt legalább a Minimum szintet megtartva) Premium szint nyújtható, több mint 70%:

$$\text{Minimum} \Rightarrow P_{>0.7}(\text{Minimum}\ U^{[0,5)}\ \text{Premium})$$

# Összefoglalás

- Motiváció
- Sztochasztikus folyamatok és modellek
  - Folytonos idejű Markov láncok
- Sztochasztikus Petri-hálók
  - SPN, GSPN, DSPN, TPN, SRN
  - Időzítési szemantikák
- Követelmények formalizálása
  - Sztochasztikus temporális logikák